

分类号\_\_\_\_\_

密级\_\_\_\_\_

UDC \_\_\_\_\_

编号\_\_\_\_\_

# 中国科学院研究生院

## 博士学位论文

REM模式的伴随系统及其在  
四维变分资料同化与可预报性研究中的应用

王 铁

指导教师 穆 穆 研究员

中国科学院大气物理研究所

申请学位级别 博士学位 学科专业名称 气象学

论文提交日期 2005年5月 论文答辩日期 2005年6月

培养单位 中国科学院大气物理研究所

学位授予单位 中国科学院研究生院

答辩委员会主席 \_\_\_\_\_



## 目 录

摘要	i
Abstract	iii
<b>第一章 绪论</b>	<b>1</b>
§1.1 中尺度气象研究的进展	1
§1.2 数值天气预报模式及四维变分资料同化技术	3
§1.3 模式误差对降水四维变分资料同化的影响	5
§1.4 可预报性研究及非线性优化方法	6
§1.5 研究内容和章节安排	7
<b>第二章 REM 模式简介</b>	<b>9</b>
§2.1 模式的控制方程	9
§2.2 模式的水平离散方案	10
§2.3 模式的垂直离散方案	11
§2.4 模式的时间积分方案	12
§2.5 模式的基本变量	12
§2.6 模式的物理过程	12
§2.7 模式的特点	13
<b>第三章 REM 模式的切线性模式及伴随模式的建立</b>	<b>14</b>
§3.1 伴随模式及其应用简介	14
§3.2 REM 切线性模式的编写与检验	15
§3.2.1 切线性模式的原理	16
§3.2.2 切线性模式的编写方法	16
§3.2.3 REM 模式切线性模式的编写	17
§3.2.4 REM 模式的切线性模式检验	21
§3.3 REM 伴随模式的编写与检验	27
§3.3.1 伴随模式的原理	27
§3.3.2 伴随模式的编写方法	27
§3.3.3 REM 模式的伴随模式编写	28
§3.3.4 REM 模式的伴随模式检验	33
§3.4 本章小结和今后改进的方向	35
§3.4.1 观测算子的切线性模式和伴随模式	36

§3.4.2	初始场中的静力平衡误差及位势高度场的诊断 . . . . .	36
§3.4.3	并行计算 . . . . .	36
§3.4.4	代码效率 . . . . .	36
<b>第四章</b>	<b>目标函数的梯度检验及理想观测场试验</b>	<b>49</b>
§4.1	目标函数的梯度检验 . . . . .	49
§4.1.1	目标函数的定义 . . . . .	49
§4.1.2	梯度检验方法 . . . . .	50
§4.1.3	本论文中定义的目标函数 . . . . .	50
§4.1.4	同化时间窗口的选取 . . . . .	51
§4.1.5	梯度检验 . . . . .	51
§4.2	理想观测场的非线性优化试验 . . . . .	54
§4.2.1	非线性优化程序 . . . . .	55
§4.2.2	无量纲化 . . . . .	55
§4.2.3	试验设计 . . . . .	55
§4.2.4	个例实验 . . . . .	56
§4.3	本章小结 . . . . .	57
<b>第五章</b>	<b>四维变分资料同化试验</b>	<b>65</b>
§5.1	试验设计 . . . . .	65
§5.2	个例一 . . . . .	65
§5.2.1	天气过程 . . . . .	65
§5.2.2	四维变分资料同化试验 . . . . .	67
§5.2.3	四维变分资料同化后预报效果的比较 . . . . .	67
§5.3	个例二 . . . . .	72
§5.3.1	天气过程 . . . . .	72
§5.3.2	四维变分资料同化试验 . . . . .	73
§5.3.3	四维变分资料同化后预报效果的比较 . . . . .	73
§5.4	本章小结 . . . . .	79
<b>第六章</b>	<b>数值模式误差对降水四维变分资料同化的影响</b>	<b>108</b>
§6.1	水汽发展模式 . . . . .	108
§6.2	试验设计及分析 . . . . .	110
§6.2.1	目标函数及其梯度 . . . . .	110
§6.2.2	数值试验 . . . . .	111
§6.2.3	不存在模式误差 . . . . .	111

§6.2.4 存在模式误差 . . . . .	112
§6.3 考虑同化窗口加上背景场 . . . . .	117
§6.4 本章小结 . . . . .	120
<b>第七章 伴随模式和非线性优化方法在可预报性问题研究中的应用</b>	<b>126</b>
§7.1 方法介绍 . . . . .	126
§7.1.1 第一种情况 $E > \varepsilon$ . . . . .	127
§7.1.2 第二种情况 $0 \leq E \leq \varepsilon$ . . . . .	127
§7.2 利用无量纲水汽发展方程进行试验 . . . . .	128
§7.2.1 试验设计 . . . . .	128
§7.2.2 数值试验 . . . . .	129
§7.3 利用 REM 模式进行试验 . . . . .	130
§7.3.1 目标函数的选取 . . . . .	130
§7.3.2 预报误差允许范围 $\varepsilon$ . . . . .	130
§7.3.3 初始观测场误差允许范围 $\varepsilon_0$ . . . . .	131
§7.3.4 试验设计 . . . . .	131
§7.3.5 数值试验 . . . . .	132
§7.4 本章小结 . . . . .	136
<b>第八章 总结与讨论</b>	<b>146</b>
§8.1 主要工作与结论 . . . . .	146
§8.2 工作展望 . . . . .	148
<b>参考文献</b>	<b>150</b>
<b>发表文章</b>	<b>156</b>
<b>致谢</b>	<b>157</b>



## 摘要

为了建立 Regional Eta-Coordinate Model (REM) 模式的伴随系统, 本文编写了 REM 模式的切线性模式和伴随模式并进行了检验, 检验结果表明, REM 模式切线性模式和伴随模式的编写是正确的。在此基础上, 进行了目标函数的梯度检验和理想观测场的非线性优化试验, 结果显示 REM 模式的伴随系统可以正确求解目标函数梯度并能够通过非线性优化程序找到目标函数的最优初始场, 说明 REM 模式伴随系统的建立是成功的。

利用 REM 模式的伴随系统, 对 1998 年 6 月 8 日 00 时和 2000 年 8 月 1 日 00 时 (世界时) 两个实际天气个例进行了四维变分同化试验及延伸预报。数值试验结果显示: 对要素场的预报, 两个天气个例进行四维变分资料同化后, 在同化时间窗口结束时刻及延伸预报时段结束时相对于同化前的预报都有明显改善; 对于累积降水的预报, 两个个例同化后的预报效果则有很大不同。对于个例一, 进行变分同化后降水中心的位置和降水强度的预报都有明显改善, 预报结果更接近于观测场; 对于个例二, 进行变分同化后降水中心位置和强度的预报则没有改善。上述试验结果说明, 进行四维变分资料同化后, 虽然数值模式的预报结果在同化时间窗口内与观测场可以得到比较好的拟合, 而在延伸预报时段内, 则不一定能得到理想的预报效果。特别是对于降水的预报, 进行四维变分资料同化后在延伸预报时段并不一定能得到改善的预报结果。

利用无量纲的水汽发展方程, 分析了不存在模式误差和存在数值模式误差对降水四维变分资料同化的影响。通过理论分析和数值试验, 得到以下结论: (a)、当比湿初始场存在误差, 采用的数值预报模式准确时, 如果同化时间窗口内的观测场是准确的, 通过四维变分资料同化方法可以找到准确的模式初始场, 对累积降水的预报无论在同化时间窗口还是在延伸预报时段, 都与观测接近。(b)、当数值模式存在误差时, 进行四维变分资料同化处理后, 会将数值模式误差转移到优化后的模式初始场中。这时, 四维变分资料同化所得到的比湿最优初始场并不是真实大气的比湿初始状态, 而是适应于该数值模式预报的初始状态。这时所得到的改善的预报结果, 实质是利用有误差的比湿初始场和有误差的数值预报模式所进行的预报。(c)、在有些模式误差情况下, 特别是模式误差随着时间而变化的情况下, 进行四维变分资料同化后, 虽然累积降水量的预报在同化窗口内可以较好地逼近观测场, 但在延伸预报时段, 预报结果则随着模式误差的变化会逐渐变差, 有时在最终预报时刻的预报结果反而会比同化前差。(d)、不同的天气个例其所对应的最优背景场及背景场的权重矩阵是不一样的。在实际进行四维变分资料同化处理时, 应该针对不同天气个例来选取最优背景场及背景场权重系数矩阵。

利用伴随模式和非线性优化方法, 本文还进行了可预报性问题研究。首先, 详细介绍了如何利用非线性优化和伴随模式方法判断数值模式误差及初始观测场误差。然

后,利用无量纲水汽发展方程,通过理想观测场对数值模式中的误差进行了判断,说明该方法具有可行性。最后,利用 REM 模式的伴随系统,对 2000 年 8 月 6 日 00 时、2000 年 8 月 8 日 00 时和 2002 年 6 月 24 日 00 时(世界时)三个实际天气个例,通过非线性优化方法对数值模式误差及初始观测场误差进行了数值试验,试验结果表明 REM 模式在试验预报时间段内和给定的误差允许范围内对三个天气个例都具有预报能力。对于个例一,利用 REM 数值模式和现有的常规报文初始观测场,进行简单的插值处理(最优插值等)就可以得到比较满意的预报结果;对于个例二和个例三,利用 REM 模式同样可以在试验预报时间段内和给定的误差允许范围内对这两个天气个例得到满意的预报,但是需要对现有的报文初始观测场进行处理(如四维变分资料同化)。

**关键词:** REM 模式、伴随系统、四维变分资料同化、可预报性、误差



# The REM Adjoint Modeling System and its Application to the Study of 4D-VAR and Predictability

Wang Tie(Meteorology)

Directed by Mu Mu

## Abstract

The Regional Eta-coordinate Model (REM) adjoint modeling system is developed by the establishment of the Tangent Linear model and Adjoint model of the REM model in this dissertation. The correctness of the Tangent Linear model and Adjoint model code is verified after the code is written, and it is found that the Tangent Linear model and Adjoint model work well. Then, using the Adjoint model of the REM model, the gradient of the cost function is checked and a twin test is conducted with the ideal observations generated by the REM model. The results indicates that the REM adjoint modeling system is successfully established.

Applying the REM adjoint modeling system, two four-dimensional variational data assimilation (4D-VAR) experiment and extended forecasts are performed using the observational data (0000 UTC 8 June 1998 and 0000 UTC 1 August 2000). The forecast results with 4D-VAR are improved at both the end of the assimilation window and the end of the extended forecast time in the two tests. But the forecast results of the accumulated rainfall with 4D-VAR are different in the two tests: the location and the amount of the accumulated rainfall in the first test is closer to the observation, and there is no significant improvement in the second test. It is concluded that although the forecast result using assimilated initial data shows an improvement at the end of the assimilation window, the results are not necessarily improved during the extended forecast time. The forecast results are sometimes as poor as those without 4D-VAR, especially for rainfall.

Using a scaled equation of specific humidity, an analysis of the effect of the model error on the 4D-VAR of rainfall is performed. From a theoretical analysis and a numerical experiment, the following conclusions are reached: (a) In the case where there is initial data error but the numerical model is correct, if the observational data during the assimilation window are correct, the true initial data will be retrial through by the method of 4D-VAR, and the forecast result using the optimal initial data is close to

the observational data during both the assimilation window and the extended forecast time. (b) If there are model errors, these errors will be transferred to the initial data after 4D-VAR, the assimilated initial data will not be the true initial specific humidity, and the improved result in this situation will be a forecast with an incorrect model and incorrect initial data. (c) When the model has errors, especially that errors grow with the time, although the forecast result of the accumulated rainfall can approach the observational data during the assimilation window, it will become less advantageous than the forecast without 4D-VAR in the extended time, even becoming worse than it. (d) In order to get an optimal forecast at the latest forecast time, a different background and background error covariance matrix should be used according to different tests during the 4D-VAR.

With the adjoint modeling system and nonlinear optimization method, the predictability is also studied in this dissertation. A theoretical analysis is introduced to identify the predictability of the numerical model and to identify the model error and the initial observational data error using the nonlinear optimization method. A series of ideal tests are performed using the observational data generated by the model of specific humidity, the results showing that the nonlinear optimization method is a useful tool to identify the model error. Then, with the REM adjoint modeling system, three tests are conducted using the observational data (0000 UTC 6 August 2000, 0000 UTC 8 August 2000 and 0000 UTC 24 June 2002). The results suggest that the REM model can give an acceptable forecast with the allowed forecast error in the three synoptic tests. The first test suggests that the REM model can give a satisfactory simulation just using the initial data by interpolation (such as, the Optimal Interpolation) from daily station data. The second and the third tests suggest that the REM model can give a satisfactory simulation by using improved initial data (via the 4D-VAR method).

**Key words:** REM model, Adjoint Modeling System, 4D-VAR, Predictability, Error

## 第一章 绪论

中小尺度天气系统常常与暴雨、冰雹、雷电、大风等剧烈天气过程联系在一起,而这些天气过程往往会引发较高的自然灾害机率,对国民经济建设和军事活动带来重大的影响。因而,对中小尺度天气系统的研究,已日益受到各国气象工作者的重视,并成为当今大气科学的重大研究课题之一。

### §1.1 中尺度气象研究的进展

随着大气科学的不断发展,中小尺度气象学已经成为其中的一个重要研究内容,近年来也得到了迅速发展,对中小尺度天气系统的理论认识和实际预报能力都取得了令人可喜的成绩。目前,对中小尺度气象学的研究主要体现在以下几个方面:观测研究、理论研究、数值研究和实验研究。

**观测研究:**为了清楚地了解大气的运动与变化规律,首先要对大气进行观测研究,获得对大气的观测资料。通过观测研究可以累积大量的观测事实,从而对不同中小尺度天气现象发生的天气背景及其发展条件进行总结,并为开展其它各种研究奠定基础,提供所需要的数据资料。

七十年代以来,世界上一些发达国家每年都投入大量人力、物力,研究重大灾害性天气的监测、预测的问题。例如,美国的区域性观测和预报服务计划 (PROFS),日本国家天气监测系统 (NWW/AMeDAS),英国和法国的“锋面计划” (Front'92) 等,重点研究这些地区的灾害性天气系统的特征和发生、发展的机理。一些国家还多次实施中尺度天气观测和研究的外场试验,如美国的 SESAME (强风暴和中尺度试验) 和“中尺度外场观测试验 STORM 计划”。我们国家也进行了多次中尺度天气或暴雨的试验,如 20 世纪 70 年代的华南前汛期暴雨试验;湘中中小尺度天气试验;1980-1984 年由总参气象局主办的华东中尺度天气试验;1991 年起由空军组织的北京地区强对流天气试验;2001/2002 年重大基础研究规划项目 (973) “我国灾害性天气形成机理和预测理论研究”项目在长江中下游进行了野外试验以及在 2003 年对淮河暴雨过程进行观测等。这些试验对于我国中尺度气象学的研究有很大的推动作用,尤其是关于梅雨锋试验获得的资料,不但提供了大量  $\alpha$  中尺度资料,也第一次提供了较完整的  $\beta$  中尺度系统的个例。由空军组织的北京地区强对流天气试验,为深入系统研究该地区强对流天气发生、发展规律,获得了一批有价值的强对流天气个例的分析资料。这些观测试验都是围绕一些重要中尺度天气过程进行较详细的研究,希望能通过这些观测研究加深中尺度灾害性天气系统的认识。

目前来讲,现有的常规气象观测网站获得的观测资料,用于中尺度天气过程的研究仍有些稀疏,有时获得的观测事实还不足以反映中小尺度天气过程的信息。观测网站的密度不够和观测时间间隔太长等问题在我国尤其严重。

**理论研究：**通过对大气动力学方程进行合理的假设与简化，以发现影响中小尺度天气过程的物理机制，为数值天气预报数值模拟及其它研究提供理论指导。目前，理论研究主要针对以下几个重点问题，首先是对中尺度环流的动力机制研究，包括中尺度环流的动力结构、产生和维持的机理，以及中尺度对流尺度和变形半径之间尺度的运动。另一方面许多强的中尺度对流系统都是发生在中纬度的斜压气流中，因而研究斜压气流中对流推动的中尺度环流的发展已愈来愈引起人们的重视。对于湿对流和参数化问题也需要进一步研究(张大林, 1998; 赵思雄, 1998, 2000)。中尺度环流与大尺度环流的相互作用，包括中尺度环流的触发机制、组织机制以及反馈作用等。中尺度强迫机制和中尺度波的传播特征包括中尺度波的波导现象，即在有折射指数梯度和临界层存在的条件下中尺度波的反射、吸收和传播特征以及强迫这些波的机理，它们与流体中的中尺度能量输送方向关系密切。积云与中尺度系统的相互作用。由于中尺度天气是非线性的，即方程中的非线性项和其它各项具有同样的量级，在对中小尺度控制方程进行简化时，还要充分考虑非线性的作用。

**数值模拟与预报：**在理论研究和观测研究的基础上，气象学家试图利用描写大气运动的动力学方程和热力学方程，在给定初始条件和边界条件下，求解大气未来的状态。由于控制大气运动的方程组是高度非线性化的，不能得到解析解，一般使用离散的大气运动方程进行积分，即通常所使用的数值模式。数值模拟就是利用数值模式进行试验，将数值结果与观测事实分析对比。数值模拟研究可以对一些中小尺度天气过程的影响因子进行分析，一方面验证理论研究的结果，另一方面，可以找到相对重要的影响因子。数值预报则是利用数值模式进行实时的未来保障。

目前，数值预报及数值模拟试验在中小尺度气象研究中得到了广泛的应用，并成为中小尺度气象研究的一个非常重要的手段。许多国家都开发研制了自己的中小尺度数值预报业务模式及用于数值模拟研究工作的模式，比较有代表性的是：欧洲、美国、中国、日本等。美国在中小尺度数值模式的研究与开发上取得了较大的进展。目前，在美国使用范围最为广泛的两个中小尺度模式是 MM5 和 ARPS，这两个模式在数值预报业务工作及数值模拟研究工作中都发挥了重要的作用。美国为实现其 USWRF 天气研究计划，于 2002 年 2 月制定了 WRF 模式系统开发工作，WRF 是其下一代中小尺度数值预报模式和同化系统(倪允琪, 2000)。我国在中小尺度数值预报模式方面也作了大量的研究工作。一方面，引进并消化国外的先进模式，使其适应本国情况；另一方面，也自行开发研究了有自己知识产权，并有一定预报能力的数值模式。

**实验研究：**实验研究包括室内试验和野外试验。室内试验大多是通过实验装置对大气流体的运动进行模拟，从而得到与实际大气运动相似的数据；野外试验往往同观测研究结合起来，有时也单独进行。美国在 20 世纪 70 年代中，进行了热带大西洋大规模试验，其主要目的是研究各种尺度之间的相互作用，尤其是中尺度和天气尺度的关系。1979 年春夏，美国进行了著名的 AVE — SESAME 中尺度试验，通过各种观测

手段得到了一套 5-1000km 范围内关于强风暴及其环境条件的资料,为解决风暴的启动机制和维持机制,也为中尺度数值模式研究及了解大—中—小尺度过程之间的相互作用提供了必需的资料。最近几年,美国又制定了规模宏大的风暴计划,这个计划可能到 21 世纪初才能完成。近年来,作为“七五”重点科技项目,我国在京津冀、长江三角洲、珠江三角洲和长江中游地区建立中尺度系统监测预报的试验研究基地并开展与业务相结合的研究工作。“九五”期间,“我国重大天气灾害形成机理和预测理论研究”项目也在长江流域进行了大型野外观测研究。

虽然对于中小尺度天气的研究取得了比较喜人的成绩,然而,目前对于中小尺度天气过程的“突发性”、“转折性”,仍然很难捕捉和预报,对中小尺度天气过程的发生时间、强度、影响范围的预报准确性还存在很大的困难。因此,深入开展中小尺度气象学的研究,提高中小尺度灾害性天气过程预报的准确率,仍然是国际国内气象科技工作者的一个迫切需要解决的问题。

## §1.2 数值天气预报模式及四维变分资料同化技术

在对中小尺度气象学进行研究的基础上,准确预报未来天气变化,避免灾害性天气对人类社会活动及军事行动的影响才是最终的目的。自从 1922 年 L. F. Richardson 首次提出天气预报的概念,到 1950 年, J. G. Charney et al. 第一次成功地作出 24 小时数值天气预报,数值天气预报技术得到了广泛的应用。随着计算机技术的飞速发展,许多大型计算机得到了普及应用,大大提高了数值模式运行的速度,从而使数值模式中可以考虑更加复杂的物理过程。同时,由于卫星、多普勒雷达、风廓线仪和遥感等新的观测手段的使用,获得了大量多时间多空间分布的观测资料,利用中尺度数值预报模式进行业务预报和研究成为中尺度气象研究的一个主流手段。在一些国家的气象短期业务中,特别是对中小尺度天气现象的预报中,数值天气预报占据了主导地位。许多国家都相继开发研制了自己的中小尺度数值预报业务模式及用于数值模拟研究工作的模式。

在数值天气预报技术的研究与实际应用中,大家发现影响中尺度数值模式预报准确性的主要原因可大致归结为以下两方面:一是由于数值模式初始场存在偏差而引起预报结果偏离真实大气,这通常称为第一类可预报性问题;另一个原因是由于采用的数值预报模式本身具有模式误差,而引起预报结果的不准确,这通常称为第二类可预报性问题。Thompson (1957) 和 Lorenz (1963, 1965) 在这方面进行了开创性的研究,其后,国内外的气象工作者在这一领域进行了不懈的努力,我国的丑纪范,郜吉东等 (1974, 1995, 1999)、穆穆等 (2000, 2001, 2002, 2004, 2005) 在这方面也作了许多有益的工作。

为了提高数值预报的能力,气象工作者一方面不断发展和完善使用的数值预报模式,使得中小尺度数值模式更加准确地反映大气运动规律;同时不断改善观测条件和

提高观测精度,运用新的高科技观测手段,获得大量的观测资料;另外,还不断完善观测资料处理方法,使得最终在数值模式格点上得到的模式初始场能够更加准确地反映真实大气的状态。

### 数值模式的发展

世界强国都在不断完善现有的中尺度数值模式并计划发展自己的下一代数值预报模式。美国在继续发展 MM5 和 ARPS 模式的基础上,为实现其 USWRF 天气研究计划,于 2002 年 2 月制定了 WRF 模式系统开发工作。WRF 是其下一代中小尺度数值预报模式和同化系统,设计用于 1 - 10km 格距;法国气象局对数值天气预报的计划是优化 ARPEGE-ALADIN 系统、实施 AROME 计划,2008-2010 年实现法国境内垂直网格达到 2-3 公里的数值天气预报系统;日本在中尺度数值预报模式方面将开发 10km 格点间隔的模式,对几公里间隔的积雨云群的预报模式也将列入中长期技术开发目标之中;德国的数值天气预报是建立在欧洲中期天气预报中心提供的高分辨率数值天气预报基础上的,这些数值天气预报已扩展到了短期预报和甚短期预报,为了短期预报的需要,优化 GSM 模式的全球预报系统,边界值可以快速传递给区域模式。我国中科院大气物理所也在不断开发 REM 模式,目前已经发展到 AREM 3.0,水平分辨率约为 18km,垂直分辨率为 20-35 层。

### 观测资料的发展

在发展和完善中尺度数值模式的同时,各国还发展与之相配套的观测系统,提高观测监测网络,获取更加准确的观测资料,这是提高数值预报水平的两个重要方向。法国气象局为了实现中小尺度天气的精确预报,计划架构与之数值模式相适应的立体观测网;日本为了增强现有的观测网,采用风廓线仪把握高空风的连续变化,并采用多普勒化雷达与全球定位系统(GPS)等新的观测手段获取资料,新的气象卫星也将投入使用,加强对携带积雨云、台风中心位置及强度的观测,并计划提高夜间雾和低层云的观测精度。这些都是有利于提高中尺度数值预报水平的非常重要的措施。

### 客观分析及变分同化

有了比较完善的中尺度数值模式和比较丰富的观测信息后,如何将得到的观测场数据信息转化成数值模式的初始场,使得数值模式初始场能够真实反映大气的初始状态,这也是数值预报中另外一个重要方面,国内外科学家在这一领域也同样进行了许多研究。最早的资料处理方法大多采用的是插值方法,比如线性插值或多项式插值以及逐步订正法等。多项式插值法的不足之处是不能保证得到的模式初始场在空间上的连续性,在空间上,水平方向的局地拟合容易造成在模式初始场格点中间地带的间断,同时在垂直方向上的约束也不能保证模式初始场在垂直方向的相容性。逐步订正法是 Cressman (1959) 提出并开始推广使用。然后是最优插值法及三维变分资料同化方法的应用,最优插值法是由控制论的创始人 Winener (1949) 提出的,为了解决平稳时间序列的内插问题。Gandi (1961) 将其引入到客观分析,并在 1963 年撰写了关于

关于最优插值方法的专著《气象场的客观分析》一书(王跃山, 2000, 2001)。八十年代开始, 同化方法在数值模式初始场处理上得到了迅速发展, Sasaki, Goress (1982) 提出变分同化方法, Dee (1985) 提出滤波同化法, Lorenc (1986) 提出 Bayes 概率同化法, Derber (1985), Ledimet, Talagrand (1986) 提出利用伴随方程同化法, Lyne (1989) 提出动力逼近同化法。

目前, 在数值模式初始资料场的处理方式上, 世界各国的气象业务部门大多采用三维变分资料同化方法和四维变分资料同化方法。三维变分资料同化方法其实是最优插值方法的一般化, 可以处理观测矩阵是非线性的情况。目前不少业务化单位使用这一方法, 例如英国气象局, 加拿大气象局和美国的 NCEP。日本气象厅的 ENSO 预报的海洋资料同化系统也采用这一方法 (Kamachi et al., 2001)。德国气象局目前也在发展三维变分资料同化技术。由于观测资料的不断丰富, 可以在更多的时间和空间分布上获得对大气状态的描述, 同时由于计算机科学的发展, 四维变分同化方法在资料处理上也得到了广泛应用。

四维变分资料同化方法是利用同化时间窗口内的各种观测信息, 使用数值模式作为约束条件, 通过积分数值模式的伴随模式及数值模式本身, 用非线性优化方法找到数值模式的最优初始场。其主要目的是为了消除数值模式初始场中存在的观测误差, 使得进行四维变分资料同化处理后的数值模式预报结果在同化时间窗口内与观测场最接近 (Navon et al., 1992)。四维变分资料同化技术在近十年来得到极大关注, 是目前世界上许多国家主要业务化单位使用的最先进的办法 (陈德辉, 2000)。欧洲中期天气预报中心就于 1996 年底最先采用了四维变分资料同化系统作为业务系统 (Courtier et al., 1997)。法国气象局也已经采用了四维变分资料同化系统作为业务化系统, 英国气象局和加拿大气象局也准备下一步采用此方法作为业务系统。

我国目前还没有自己的中小尺度数值模式四维变分资料同化系统, 重大基础研究规划项目 (973) “我国灾害性天气形成机理和预测理论研究” 将发展中国科学院大气物理研究所 REM 中尺度模式及其伴随模式作为研究项目之一。

### §1.3 模式误差对降水四维变分资料同化的影响

降水预报一直是数值天气预报的一个重要内容。在与中尺度天气系统相关的降水预报研究中, 虽然已经取得了一定的成绩, 但降水预报还经常会出现空报、漏报及错报的情况。随着四维变分资料同化方法的快速发展, 科学家们希望通过应用四维变分资料同化方法改善预报模式的初始场, 进而提高降水预报的准确性 (X. Zou and Y.-H. Kou, 1996)。

然而, 在使用四维变分资料同化方法进行降水预报研究的过程中, 常常会遇到这样的现象, 即通过四维变分资料同化处理后的降水预报, 其结果一般同化窗口内与观测场很接近, 但在延伸预报时段内, 随着时间的发展, 预报效果会出现改善不明显

的情况,甚至在最终预报时刻,预报结果比同化处理前还要差很多。

是什么原因导致上面的现象呢?大家知道,数值模式初始场中存在误差和数值模式本身存在误差都会导致预报结果的不准确(丑纪范,1989,1999)。四维变分资料同化方法实施的一个重要前提条件是假定数值模式是准确的(perfect),而实际应用的数值模式通常是将大气运动方程进行离散化处理得到的,数值模式误差产生的主要原因可归结为以下两个方面:(1)对实际大气运动中的一些动力过程和一些大气现象产生的物理机制我们还认识不清楚,不能在大气运动方程中准确地进行描述;(2)将大气运动方程进行离散处理时,会带来由于离散方案及次网格尺度物理过程等问题引起的误差(Hack,1994;龚建东,1999;Chungu Lu, Gerald L. Browning, D. Orrell, 2002)。尤其在降水预报中,由于降水物理过程的复杂性,目前的数值模式还不能完全准确地描述降水发生的机制,也就是说,目前应用的降水预报模式一般会存在模式误差(C. Nicolis, 2004)。

模式误差对四维变分资料同化的影响,已经引起气象工作者的重视,Wergen(1992)指出在变分同化中利用有误差的模式作为约束条件会出现严重的问题,邱崇践,郜吉东(1994)利用浅水模式考察了模式误差对四维变分资料同化的影响。他们认为,在变分同化过程中,数值模式误差会被转移到同化后的初始场中。对于数值模式存在误差时对降水四维变分资料同化的影响,目前还没有见到相关的研究。

## §1.4 可预报性研究及非线性优化方法

对于可预报性问题的研究,一直伴随着数值模式的发展。为了提高数值模式的预报能力,气象学家在不断完善数值模式并提高观测精度的同时,也试图对数值模式初始场误差和数值模式误差进行判断,为改善数值模式及为观测研究提供指导。

在进行可预报性研究时,通常采用的是数值模拟方法。在数值模拟研究时,大多是采用一系列对比试验的方法,通过改变模式的初始场、改变数值模式中的一个及多个物理过程或者改变模式的一个或多个参数,将预报结果与控制试验或与实际观测场进行比较,来考察不同初始条件与模式各个物理过程及模式参数的影响。这种分析方法是一种直接的分析方法,目前为许多气象科研工作人员广泛采用,并且得到了许多有益的结论。对中小尺度气象学的发展和完善数值模式都起到了十分重要的作用。但是,这种方法也有其一定的局限性,在利用数值模式方法进行试验时,对数值模式初始场、数值模式物理过程及模式参数的试验选取,其往往带有一定的经验性,特别是当研究者事先并不知道哪些因子对他所研究的问题具有重要的影响时,试验组合就会有相当的盲目性。

利用非线性优化及伴随方法进行可预报性研究是在70年代以来发展起来的,前苏联学者 Marchuk (1974, 1982) 最早将伴随方法用于敏感性分析研究,他当时使用的是一个简单的线性模型; Hall, cacuci (1982, 1983) 主要将伴随方法用于对一辐射对流模



式中敏感性的分析; Smedstad, O'Brien (1991) 将敏感性分析的方法用到模式参数的估计与检验上。Errico and Vukicevic(1992) 利用伴随方法对 PSU-NCAR 中尺度模式进行了敏感性分析, 研究了气旋产生对于初始条件的敏感性。Rabier et al.(1992) 利用伴随方法进行了敏感性问题的研究, Zou(1993) 等用伴随方法和两层等熵模式研究了阻塞指数对初始扰动的敏感性。魏民等 (2000) 利用伴随方法及敏感性研究对北半球从冬季到夏季的急变, Wang Dongxiao et al. (2000) 也用伴随和敏感性分析的方法对风生洋流的问题进行了研究。Mu Mu et al. (2002a) 提出了数值天气预报与气候预测中可预报性问题的三类子问题, 即: 最大可预报时间、最大预报误差和初值与参数的最大允许误差, 并给出了使用非线性优化的方法处理这些问题的思路。Zhang Xiaoyan et al. (2003) 运用 BDA(bogus data assimilation) 方案优化热带气旋的初始结构, 对台风进行了 72 小时数值预报。Xu Hui et al. (2004) 采用二维准地转模式, 利用非线性优化与伴随方法进行了敏感性分析。

本文将使用非线性优化及伴随方法对 REM 模式可预报性问题进行研究。

## §1.5 研究内容和章节安排

本论文第一部分工作是建立 REM 模式的伴随系统。首先, 建立 REM 模式的切线性模式 (Tangent Linear Model), 对切线性模式的正确性进行了检验; 在切线性模式检验正确的基础上, 编写了 REM 模式的伴随模式 (Adjoint Model), 然后对伴随模式的正确性进行了检验。利用 REM 模式的伴随系统, 对目标函数的梯度进行了正确性检验, 并利用理想观测场进行了非线性优化试验。

本论文第二部分工作是利用 REM 模式的伴随系统, 使用实际报文观测资料, 对 1998 年 6 月 8 日 00 时 (世界时) 和 2000 年 8 月 1 日 00 时 (世界时) 两个实际天气个例进行了四维变分资料同化试验及延伸预报试验, 并进行了数值分析。

本论文第三部分工作是利用无量纲的水汽发展方程, 研究了不存在模式误差和存在模式误差对累积降水量四维变分资料同化的影响, 通过考察变分同化后的预报结果与理想真实大气状态的偏差, 进而分析降水四维变分资料同化预报结果对数值模式误差的敏感性。为了消除模式误差在四维变分资料同化中的影响, 通常在代价函数中加入背景场项, 本文还推导了使得四维变分资料同化后能够最好地预报出最终预报时刻观测场所需要的背景场表达形式, 并利用不同个例进行了数值试验。

本论文第四部分工作是利用非线性优化方法和 REM 模式的伴随系统对可预报性问题进行了研究, 首先, 在前人工作的基础上, 介绍了如何利用非线性优化及伴随方法, 判断数值模式误差及初始观测场误差。然后利用无量纲水汽发展方程使用理想观测场对模式误差进行了判断。最后利用 REM 模式的伴随系统, 对三个实际天气个例, 使用非线性优化方法对数值模式误差及初始观测场误差进行定量分析。

### 本论文的章节安排

本章是绪论,介绍了中尺度数值模式模式的发展、四维变分资料同化方法的应用、模式误差在四维变分资料同化中影响的研究及可预报性研究与非线性优化方法的应用。

第二章对所采用的 REM 模式进行了简单介绍。

第三章对 REM 模式的切线性模式及伴随模式的编写与检验给出了详细介绍。

第四章对目标函数的梯度进行了检验,并进行了理想观测场的非线性优化试验。

第五章利用二个实际天气个例进行了四维变分资料同化试验及延伸预报试验。

第六章利用无量纲的水汽发展方程对数值模式误差对累积降水四维变分资料同化的影响进行了数值试验分析。

第七章使用非线性优化方法和 REM 模式的伴随模式对可预报性问题进行了理论分析,并利用三个实际天气个例进行了数值试验。

第八章为总结与讨论。



$$\begin{aligned}
 C_e^2 &= \frac{p - p_t}{p} C_0^2 = \frac{\eta}{\eta + \frac{p_t}{P^2}} C_0^2 \\
 T_e' &= \frac{p - p_t}{p} T' = \frac{\eta}{\eta + \frac{p_t}{P^2}} T' \\
 \chi &= \frac{R}{C_p}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

方程中对位势高度场  $\Phi$  和温度场  $T$  进行了标准层结近似:

$$\begin{aligned}
 \tilde{T} &= \tilde{T}(p) \\
 \tilde{\Phi} &= \tilde{\Phi}(p) \\
 \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial p} &= -\frac{R\tilde{T}}{p} \\
 \tilde{C}^2 &= \frac{R^2\tilde{T}}{g} \left( \frac{g}{C_p} + g \frac{d\tilde{T}}{d\tilde{\Phi}} \right)
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

### §2.2 模式的水平离散方案

REM 模式在水平方向采用的是经纬网格, 水平差分网格采用 E 网格, E 网格是可以考虑完全能量守恒的空间差分格式。水平分辨率约为  $0.5^\circ$ 。

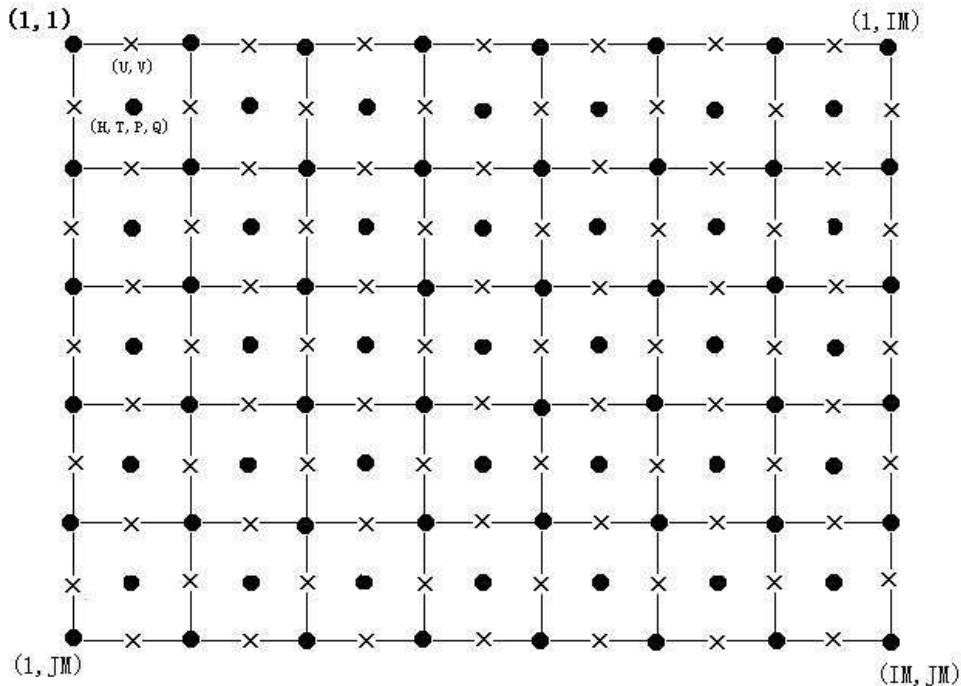


图 3.1 REM 模式 E 网格形式的水平离散

REM 模式的水平离散形式如图 3.1 所示。速度场定义在叉点上，其它变量定义在圆点上。

### §2.3 模式的垂直离散方案

REM 模式在垂直方向采用的是  $\eta$  坐标：

$$\eta = \frac{p - p_t}{p_s - p_t} \eta_s \quad (2.4)$$

$$\eta_s = \frac{p_{rf}(z_s) - p_t}{p_{rf}(z_b) - p_t}$$

$p_{rf}(z)$  为标准大气  $z$  高度上的气压， $z_b$  为参考地形高度，一般取海平面高度为参考地形， $z_b = 0$ 。 $z_s$  为模式的地形高度， $p, p_s, p_t$  分别表示模式格点上的气压、地面气压和模式层顶气压。在 REM 模式中取  $p_t = 100mb$ 。

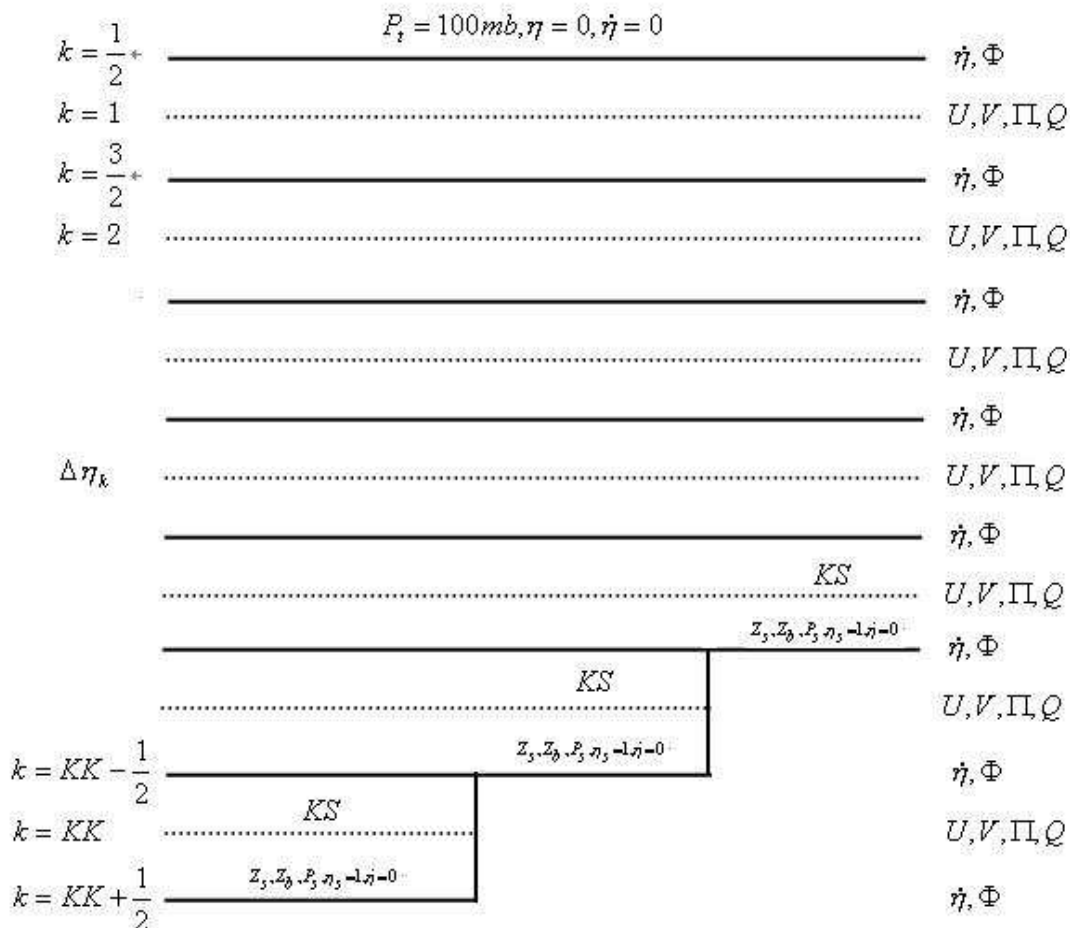


图 3.2 REM 模式的垂直格点结构

REM 模式的垂直离散形式如图 3.2 所示。位势高度场  $\Phi$  和垂直速度  $\omega$  定义在整层上，其它变量定义在半层上。

## §2.4 模式的时间积分方案

数值模式在选取时间差分格式时，在般要考虑以下三个方面：首先是时间差分格式要保证数值模式积分的稳定性；其次，尽可能保持原方程的整体性质；第三在上面的基础上要尽量节省积分时间，提高数值模式的运行效率。REM 模式的时间积分方案是采用的显式时间分离的积分方案。将大气演变中的适应过程和调整过程分离开来进行积分，在调整过程中采用快时间步，取  $\Delta t_1$ ，在平流过程、水平扩散过程和大尺度降水过程中取  $4.0\Delta t_1$ ，在垂直扩散过程和其它物理过程中则取  $2.0\Delta t_1$ 。这样一方面可以大大节省积分过程所需要的时间，另一方面，还可以在不同的物理过程中使用不同的差分格式，具有很大的灵活性。这种时间积分方法也是当今许多中尺度气象数值模式普遍采用的时间积分方案。

## §2.5 模式的基本变量

模式中有五个最基本的变量，分别是：

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{\frac{(p_s - p_t)}{\eta_s}} \\ U &= uP \\ V &= vP \\ \Pi &= \frac{RPT}{C_0} \\ Q &= qPP \end{aligned} \tag{2.5}$$

其中， $R$  为干空气的气体常数， $C_0$  参考大气的定常重力波速度。

## §2.6 模式的物理过程

REM 模式的主要物理过程包括：

- 大尺度凝结降水
- 对流调整及对流性降水
- 水平扩散及垂直能量分布
- 地面辐射收支和边界层的参数化

## §2.7 模式的特点

REM 模式主要特点在于对地形的处理。其选用的是  $\eta$  坐标, 这种坐标有利于模式地形的正确处理, 特别是在处理模式中的陡峭地形时可以真实反映地形的影响。众所周知, 地形对气流和天气, 特别是暴雨有很重要的影响。因而, 正确处理地形在数值预报模式中有着很重要的作用。目前, 大多数的数值预报模式选用  $\sigma$  坐标作为垂直坐标。 $\sigma$  坐标将地表面作为数值模式的一个坐标面, 避免了  $p$  坐标中坐标面与地形相交的现象, 但是  $\sigma$  坐标系并没有完全解决复杂地形的下边界条件问题, 因为它将复杂的下边界条件问题转化为方程组中气压梯度力项的计算问题。 $\sigma$  坐标系下水平气压梯度力变成了两个大项之和的形式, 其中一项是沿等  $\sigma$  面的位势梯度, 而另一项是沿等  $\sigma$  面的地面气压梯度, 在有地形的情况下, 两项的量级相同, 符号相反, 当地形不是很高很复杂时, 这两项相加的计算结果基本能正确反映气压梯度力, 但是当地形越陡,  $\sigma$  面就会越倾斜, 则这两个大项相减的计算误差也会随之加大。即使改进差分方案也不能避免改变这种计算气压梯度力的大项小差的计算误差。如果数值模式中出现这种计算误差, 自然大大地影响了数值预报的准确度, 乃至造成数值预报的失败。

在  $\eta$  坐标下, 地形表示为由三维网格块构成的阶梯状。在模式内部形成刚体的侧边界, 使坐标面保持准水平状态, 避免了在陡峭地形情况下  $\sigma$  面过于倾斜的缺点。同时也保持了  $\sigma$  坐标具有简单的下边界条件这一优点。

除了在模式垂直坐标上的选择, REM 模式在模式结构和离散方法上还有以下几个突出的特点:

- 完全能量守恒的空间差分模式
- 对 E 网格的波解分离问题采取了特殊的处理技巧
- 首次采用了“半格距”差分方法解决了矩形 E 网格及球坐标 E 网格沿对角线差分的问题
- 水汽平流方案是自行设计的保形正定的传输格式
- 保留初始场中静力平衡误差, 在静力平衡模式中, 同时保留了位势高度场及温度场的初值意义
- 采用显示分解的时间积分方案
- 位势高度和垂直速度与其他预报量在垂直方向交错分布
- 在一定的边界条件下, 当时间积分采用梯形隐式方案时, 模式有总有效能量守恒和总质量守恒。

### 第三章 REM 模式的切线性模式及伴随模式的建立

为了建立 REM 模式的伴随系统,首先要编写该数值模式的切线性模式 (Tangent Linear Model),在切线性模式检验正确的基础上再编写其伴随模式 (Adjoint Model) 并进行正确性检验。

本章将对编写切线性模式及伴随模式的一般方法、正确性检验原理以及在编写 REM 模式的切线性模式和伴随模式过程中出现的问题和解决方法进行介绍。

#### §3.1 伴随模式及其应用简介

将伴随方程作为一个研究工具最早应用于气象上是 Marchuk(1974, 1982),最早在数据同化中使用伴随方程是 La-Dimet 和 Talagrand(1986)。近年来,随着计算机技术的飞速发展,伴随模式在四维变分资料同化方法中和利用非线性优化方法进行敏感性分析等研究中得到了非常广泛的应用。

对于一个数值模式  $U_n = M_n(U_0)$ , 如果我们有  $[0, T]$  时间窗口内的观测场  $U_n^{obs}, n = 0 \dots T$ , 如果要想找到数值模式  $M_n(U_0)$  的一个最优初始场  $U_0$ , 使得数值模式在  $[0, T]$  时间窗口内最好地预报出观测场序列  $U_n^{obs}$ , 通常定义如下的目标函数:

$$J(U_0) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^T (M_n(U_0) - U_n^{obs})^T W^{-1} (M_n(U_0) - U_n^{obs}) \quad (3.1)$$

其中,  $W$  代表观测误差的协方差矩阵。

这时,需要确定使得目标函数  $J(U_0)$  最小时的  $U_0$ , 以上问题转化为求解目标函数极小值问题,需要计算目标函数本身的值及目标函数的梯度。

目前,世界上发展并使用的中小尺度数值模式,其模式变量比较多,变量的维数也比较高,用直接的方法计算梯度是不太可能的,需要引进伴随的方法进行计算 (Marchuk, 1974, 1982; Penenko and Obraztsov, 1976; LeDimet and Talagrand, 1986; Lontarev, 1989)。

一般用于中小尺度天气预报及研究的数值模式都是非线性的,要得到非线性模式的伴随模式,必须先编写出非线性数值模式的切线性模式。可以表示为这样一个简单依赖关系图:



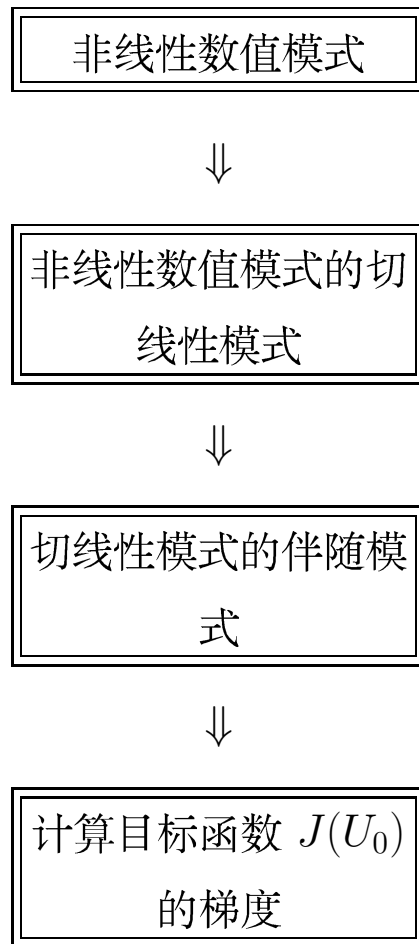


图 3.1 依赖关系图

### §3.2 REM 切线性模式的编写与检验

一般情况下，由于中小尺度天气过程是非线性的，用于描述中小尺度天气变化的数值模式也是高度非线性的。将非线性数值模式进行切线性化处理后，其切线性模式要能够正确描述对应于非线性数值模式的初始扰动的发展。正确编写数值模式的切线性模式是正确编写数值模式伴随模式的基础，同时，切线性模式的正确与否，直接影响完成伴随模式编写后对目标函数的梯度检验。因而，正确编写数值模式的切线性模式是非常基础、非常重要的工作。

通常，有三个主要因素会影响切线性模式的准确性：一是由于数值模式初始条件、边界条件和数值模式本身参数对扰动的影响；二是由于非线性数值模式的高度的非线性，由于非线性模式中的一些快物理过程的参数化处理，使模式有强烈的不连续存在；三是由于切线性模式本身的数值不稳定（朱江，1995；ZhuJiang, Masafumi Kamchi, 2000）。

### §3.2.1 切线性模式的原理

对于任一非线性数值模式:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} = F(U) \\ U|_{t=t_0} = U_0 \\ U|_{\Gamma} = f(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

其中,  $U_0$  和  $f(t)$  分别表示数值模式在初始时刻的值和数值模式的边界条件,  $F(U)$  表示数值模式的传播算子。

将其进行切线性化, 就是对该非线性数值模式进行求导, 取其一阶近似, 去掉数值模式中非线性项的作用。

非线性数值模式 (3.2) 的切线性模式形式可写为:

$$\begin{cases} \frac{\partial U'}{\partial t} = \frac{\partial F(U)}{\partial U} U' \\ U'|_{t=t_0} = U'_0 \\ U'|_{\Gamma} = f'(t) \end{cases} \quad (3.3)$$

其中,  $U'_0$  和  $f'(t)$  分别表示切线性模式在初始时刻的扰动值和切线性模式的边界条件。

记  $F(U) = \frac{\partial F(U)}{\partial U}$ , 则上式可表示为:

$$\begin{cases} \frac{\partial U'}{\partial t} = F(U) U' \\ U'|_{t=t_0} = U'_0 \\ U'|_{\Gamma} = f'(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

### §3.2.2 切线性模式的编写方法

根据切线性模式原则, 在实际应用中, 一般根据非线性数值模式的程序语句, 进行逐句对应进行编写的方法。

在非线性数值模式中, 对于一条非线性的程序语句:

$$z = A \cdot x + B \cdot y \cdot \sin(y) \quad (3.5)$$

其中,  $z$ 、 $x$ 、 $y$  是模式变量, 而  $A$ 、 $B$  是模式的常量参数。

进行切线性化后, 该程序语句写成对应的切线性模式语句:

$$\begin{aligned} dz &= A \cdot dx + B \cdot dy \cdot \sin(y) + B \cdot y \cdot \cos(y) \cdot dy \\ z &= A \cdot x + B \cdot y \cdot \sin(y) \end{aligned} \quad (3.6)$$

以上就是对非线性数值模式进行切线性化时,从非线性模式程序语句到切线性模式程序语句,一一对应进行切线性模式编写的简单规则。切线性模式的程序语句相对于非线性模式会增加两到四倍。

### §3.2.3 REM 模式切线性模式的编写

根据从非线性数值模式程序语句到切线性模式程序语句进行编写的规则,首先编写了 REM 模式的切线性模式。

在编写 REM 模式的切线性模式之前,首先要理清原非线性模式的输入变量和输出变量,各个子程序的输入变量和输出变量以及在非线性模式中哪些是真正的模式变量,哪些是诊断变量,哪些是临时变量。同时,为了便于切线性模式的编写,对非线性模式本身的子程序和程序语句也要进行必要的修改。

#### §3.2.3.1 非线性模式本身语句的修改

由于非线性模式在当初进行程序设计时,很多地方并没有考虑到以后要对其进行切线性处理,故其程序设计及程序语句的编写,只是考虑为非线性模式本身服务的。为了适于切线性模式的编写,需要对非线性模式中的子程序及子程序中的一些程序语句进行重新编写。在对非线性模式的程序语句进行重新编写时,一方面要保障不改变原非线性模式的性质,另一方面还要使其适于切线性模式的编写。

在对 REM 模式进行切线性模式编写之前,同样,先对 REM 模式本身的程序语句进行了分析,并对其中一些子程序和程序语句进行了重新编写,这里给出几个比较典型的处理。

#### 初始场中的静力平衡误差

REM 模式在将模式变量插值到  $\eta$  面后,考虑了初始场中温度场和位势高度场之间的静力平衡误差,并将这种误差信息记录下来。

$$[R_{\Phi}^{(0)}]_{i,j,k} = \left\{ \frac{1}{\Delta\eta_k} (\delta_{\eta}\Phi)_{i,j,k} + \frac{C_0}{\eta_k} \left( \frac{S\Pi}{P} \right)_{i,j,k} \right\}_{t=0} \quad (3.7)$$

其中符号为气象通用符号,定义见前一章 REM 模式介绍。

在以后模式的时间积分过程中,遇到位势高度场的计算时,继续保留初始场中的温度场和位势高度场之间的静力平衡误差信息,对由静力关系求得的位势高度场进行补偿修正。

$$\frac{1}{\Delta\eta_k} (\delta_{\eta}\Phi)_{i,j,k} = -\frac{C_0}{\eta_k} \left( \frac{S\Pi}{P} \right)_{i,j,k} + [R_{\Phi}^{(0)}]_{i,j,k} \quad (3.8)$$

在 REM 数值初始积分时,同样应用实际观测的位势高度场进行气压梯度力的计算。由于模式采用了这种处理方法,在程序初始输入变量中就增加了位势高度场这个

变量,而位势高度场这个模式变量在以后的时间积分过程中,是通过温度场诊断出来的,并不是一个独立的模式变量。这样,在这一部分的程序语句处理中,由于输入模式变量的混乱,给切线性模式的编写带来一定的困难。

为了减少非线性模式初始输入变量的混乱,在编写切线性模式之前,重新编写了REM模式中关于初始位势高度场的相关程序语句及程序中诊断位势高度场的子程序。主要改进在两个方面:一是不再考虑记录初始场中温度场和位势高度场之间的静力平衡误差信息,程序中初始积分时计算气压梯度力所需要的位势高度场变量改由静力方程诊断而获得;二是在模式的时间积分过程中,去掉了保留初始场中温度场和位势高度场之间的静力平衡误差信息对位势高度场进行补偿这部分,位势高度场只由静力方程通过温度场诊断获得。

### 计算饱和比湿程序的重新编写

REM模式中对饱和比湿项的处理,是在模式的初值处理程序中,先根据饱和比湿公式,计算一个从173.16K - 375.16K温度范围所对应的饱和比湿,建立一个上述温度范围分布的温度-饱和比湿对应表。以后在REM模式的时间积分过程中,当程序中需要用到饱和比湿这个变量值或者需要用到饱和水气压变量值时,则调用一个插值子程序,直接根据程序语句中相应模式格点的温度,查算上述预先计算出的温度-饱和比湿分布表,得到所需要的饱和比湿,同时也计算了饱和水气压的值。非线性模式的这种考虑,一定程度上节省了程序的计算时间。但程序中这种利用插值计算饱和比湿的处理方法,给切线性模式相应语句的编写带来了困难。因为按非线性模式的程序设计思路,这段程序将无法计算由于温度扰动及气压扰动引起的饱和比湿的扰动,从而也就不能正确对原非线性模式进行切线性化。因而,在编写切线性模式前,要对这一部分非线性模式的程序进行重新编写,根据饱和比湿计算公式,重新编写了一个子程序,利用格点温度值和气压值对饱和比湿和饱和水气压进行单独计算。

### 子程序的分离

REM模式把温度和湿度的水平平流项,放在了一个子程序中,为了分别考虑动力框架部分和水汽物理过程部分在程序中的作用,这里对温度的水平平流和湿度的水平平流进行了分离,分别在两个不同的子程序中进行计算,这样处理,便于动力框架的运行及干物理过程和湿物理过程的分别调用,同时也有利于对模式进行切线性化处理和调试。

### 模式精度的改变

原非线性REM模式中的变量采用的是单精度的形式定义的。而REM模式的控制方程中采用了标准层结近似,温度变量和位势高度变量化成了相对于标准层结大气的扰动。在对REM非线性模式进行切线性的时候,由于要对模式变量进行一阶微分,切线性模式中的扰动量相对于原非线性模式变量来说,是一个小扰动。这时候,温度变量的扰动和位势高度的扰动则是扰动上的扰动,再用单精度形式进行计算,可能会

带来精度上的问题，不能准确反映小扰动随时间的变化。因此，把原非线性模式本身和编写的切线性模式，全部改为双精度形式。

对原非线性模式精度的修改主要体现在两方面，第一方面在模式变量中，要修正变量的定义形式，全部定义为双精度形式。第二部分则是程序语句中 FORTRAN 内部函数的使用，在原非线性模式中，一些程序语句的内部函数采用的是单精度形式，比如:ASIN (), ACOS (), ALOG (), AMIN (), ……，要化成相应的双精度函数形式, DSIN (), DCOS (), DLOG (), DMIN (), ……。

以上，对原非线性模式中的子程序和程序语句所进行的重新编写进行了介绍，这些修正都是以不改变原非线性模式本身的预报能力为基础的。这部分工作最好与非线性模式的编写人员一起进行，这样一方面可以正确实现模式语句修改的思路，另一方面也可以提高工作效率。

对 REM 模式部分子程序和程序语句进行重新编写后，利用实际天气个例对修正后的模式进行了预报试验，通过四个天气个例的预报比较，预报效果与原模式基本相同，对降水中心位置的预报和高低压系统位置的预报完全一致。

#### §3.2.3.2 关于边界条件的处理

REM 模式在水平离散时采用的是 E 网格差分格式，由于 E 网格离散形式的特点，模式变量在边界上是交错分布的，尤其是 J 方向的模式变量，在边界上水平分为两圈，如第二章图 3.1。进行时间积分时，REM 模式将 E 网格边界上第一圈变量取为固定值，而在 E 网格边界上的第二圈模式变量，则随着模式的时间积分而变化。也就是说，在 E 网格边界的最外一圈上，模式变量取为固定边界。我们在编写切线性模式时，仍然考虑了 REM 模式 E 网格离散的这一特点，将切线性模式中对 E 网格第一圈边界上的变量扰动取为零，在 E 网格边界第二圈上，则继续考虑模式变量的扰动。

#### §3.2.3.3 关于模式 COMMON 块的处理

在非线性数值模式中，对模式变量的定义通常采用 COMMON 块的形式，这是标准化模式中常用的方法。采用 COMMON 块定义的方法，有利于数值模式的通用性、移植性和优越的可读性。数值模式的通用性有利于数值模式本身子程序间变量的传递和模式的合作编写；数值模式的移植性使得模式可以在不同 FORTRAN 平台的使用，及在不同程序中的借用；数值模式的移植性有利于对数值模式的方便使用。在编写切线性模式的过程中，仍然采用了 COMMON 块这一形式定义模式变量，为了理清切线性模式中的扰动变量，避免临时变量扰动项及常数变量扰动项的影响，同时也为了阅读方便，对切线性模式中的扰动变量定义了新的 COMMON 块，这样处理便于扰动变量在各个切线性子程序中的使用和传递。

### §3.2.3.4 切线性模式编写中的“on-off”问题

在非线性模式的一些物理过程中,比如大尺度降水、对流性降水、辐射过程及湿度平流的保形变换等部分,有些时候要用到参数化处理方式及开关判断形式,这样,会在某些程序格点中存在某些临界点,使得模式方程中某些变量关于时间或者关于模式某些变量产生不连续或者不可微性,我们将这种现象通称为模式的“on-off”问题。由于“on-off”问题导致了模式变量的不连续或者模式变量的不可微性,这样在对含有“on-off”问题的数值模式进行切线性处理时就会带来一些问题。邹晓蕾(1993, 1997)、许秦(1996, 1997, 1998)、Zupanski(1993)、Verlinde and Cotton(1993)、Zupanski and Mesinger(1995)、Vukicevic and Errico(1993)、Bao and Waner(1993)、MuMu and Wang(2003)、JiaFeng Wang(2005)、Mu and Zheng(2005)等,对这一问题进行了很多研究。目前,对含有开关过程的非线性数值模式,在构造其切线性模式和伴随模式时可分为五种处理方案:

**第一种方法**是“传统的处理方法”。这种方法在构造切线性模式和伴随模式时,其基本态的选取与非线性模式的基本态取相同的条件(Zou, 1993, 1997)。这种方法在写切线性模式的程序时不需要改变原非线性模式的程序本身,只要按照一定的规则编写就可以了。然后,同样依循切线性模式转置规则得到伴随模式的程序。该方法规则性强,并且可以借助切线性和伴随程序自动编写软件 ADIFOR、ODYSSEE、TAMC、DFT and ADG 等完成。在只含动力过程的问题中得到广泛的应用。

**第二种方法**是光滑或规则化方法(Zupanski, 1993; Verlinde and Cotton, 1993; Zupanski and Mesinger, 1995)。这种方法是用光滑函数拟合模型中的开关过程,使得任一模式解对于时间都是可微的,然后,再按照规则写出切线性及伴随模式。这种方法的优点是去掉了非线性数值模式中的不连续现象,使伴随方法的应用不存在理论上的问题。这种方法也存在一定的不足,一是需要修改原非线性模式,这样会给模式的编写带来额外的工作量,二是对非线性数值模型的修改可能会使其偏离物理真实,带来其它的误差。

**第三种方法**是修改离散模型,使其开关时间连续依赖于初始态的方法或广义切线性和伴随方法 FM1-GTLM1 和 FM0-GCTLM0 (Xu, 1997, 1998)。这种方法将  $\delta$  函数引入到切线性及伴随模式中来,并给出了广义的切线性和伴随的概念,这种方法在实际应用中仍需修改原非线性数值模式或重新写出广义的切线性和伴随模式。

**第四种方法**是置值伴随模式(set-valued adjoint model)方法。在临界值点,传统的伴随模式得到的梯度实际上是该点的一个次梯度(subgradient),用置值方法可将临界值点的所有次梯度求出然后用集束方法(bundle method)进行优化(Zhu, 1999)。该方法不需对模型做改动,但临界值点往往不在离散的时间格点上,对次梯度的计算带来一定的麻烦。

**第五种方法**是基于非线性扰动方程的伴随方法。该方法在利用传统伴随方法计算

梯度的基础上, 加上了一与开关时间有关的修正项, 从而可以准确找到目标函数的梯度 (Mu and Wang, 2003)。该方法同样不需要对模型进行改动, 但需要记录每一格点开关打开的时间, 并计算相应的修正项。在大的数值模式应用上也存在一定的困难。

从以上这些处理方法的提出可以看到, “on-off” 问题在切线性模式及伴随模式的编写中是一个很重要的影响因素, 许多学者关注于对 “on-off” 问题的研究, 并给出了不同的处理方法。这些方法各有相应的优缺点, 在不同的情况下有着不同的应用。

考虑到中尺度气象数值模式有着很多的模式变量及很高的变量维数, 在编写 REM 模式的切线性模式时, 我们仍取 “传统的处理方法”。即对非线性模式进行切线性处理时, 遇到 “on-off” 问题, 将其基态取为非线性模式相同。如果采用其它的处理方式, 一般要对现有的非线性模式进行大的修改, 或采用不同的离散格式, 这样所带来的工作量非常大, 同时也有一些应用上的困难。

### §3.2.4 REM 模式的切线性模式检验

在编写完 REM 模式的切线性模式后, 需要对切线性模式的正确性进行检验。

在对 REM 切线性模式进行正确性检验时, 将模式的水平格点取为 (41, 61), 水平格距取为 0.5, 模式区域的左上角经纬度值分别取为 (105°E, 40°N)。垂直  $\eta$  层取为 20 层, 为均匀分布。

#### §3.2.4.1 切线性模式检验方法

切线性模式正确性验证的理论基础是函数在小扰动情况下的泰勒 (Taylor) 展开。由切线性模式的定义, 采用以下的检验公式:

$$R = \frac{\|M_t(x + \alpha\Delta x) - M_t(x)\|}{\alpha\|M_t(x)\|} = 1 + O(\alpha) \quad (3.9)$$

其中,  $M_t(x)$  表示非线性模式,  $M_t(x)$  表示非线性模式的切线性模式。  $\|\cdot\|$  表示取欧氏范数,  $\Delta x$  是  $x$  的小扰动,  $\alpha$  是扰动系数, 其取值范围一般为  $0 < \alpha \leq 1$ 。

对 REM 模式的切线性模式编写是分两步进行的, 首先是写出 REM 模式动力框架部分的切线性模式, 对其进行正确性检验。在对 REM 模式动力框架部分切线性模式检验正确的基础上, 再编写加上物理过程后的切线性模式, 并进行正确性进行检验。

#### §3.2.4.2 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

第一步, 首先编写了 REM 模式动力框架部分的切线性模式, REM 模式的动力框架部分共有 12 个子程序, 包括调整过程和适应过程两部分。

调整过程的子程序共有 7 个:

- 计算气压梯度力项
- 计算速度的地球曲率项及科氏力

- 计算辐合辐散项
- 计算辐合辐散项的调整
- 计算地面气压倾向方程
- 计算温度的辐合辐散项调整
- 计算位势高度场的诊断  
适应过程的子程序共有 5 个：
- 计算垂直速度场的诊断
- 计算速度的水平平流
- 计算温度的水平平流
- 计算速度的水平扩散
- 计算温度的水平扩散

在完成了 REM 模式动力框架部分的切线性模式编写后，按照上面给出的检验公式，使用大量实际天气个例对动力框架部分的切线性模式进行了正确性检验。下面，给出利用两个实际天气个例进行检验的结果。

### 实验设计

本实验的主要目的是对动力框架部分切线性模式的正确性进行检验。

实验所使用的资料是两个天气个例的实际观测资料，两个天气个例分别是 1995 年 08 月 05 日 00 时（世界时，以后个例中所用的时间均为世界时）和 1998 年 07 月 20 日 00 时的实际站点报文资料。

首先，利用实际天气个例的观测资料作初始场，在模式五个基本变量上乘以一个小的扰动生成切线性模式所需要的初始扰动场：

$$\Delta u = 0.1u$$

$$\Delta v = 0.1v$$

$$\Delta t = 0.1t$$

$$\Delta q = 0.1q$$

$$\Delta p_s = 0.001p_s$$

其中， $t$  为温度场、 $u$ 、 $v$  为速度场， $q$  为湿度场， $p_s$  为地面气压。

在对切线性模式的动力框架部分进行检验时，只考虑了干过程，没有考虑湿度场  $q$  的扰动。

然后，利用上面给出的初始扰动场积分切线性模式，再取不同的扰动系数将初始扰动场叠加到非线性模式的初始场：



$$u = u + \alpha \Delta u$$

$$v = v + \alpha \Delta v$$

$$t = t + \alpha \Delta t$$

$$q = q + \alpha \Delta q$$

$$p_s = p_s + \alpha \Delta p_s$$

下面的试验中，取系数  $\alpha = 10^{-1}$  到  $\alpha = 10^{-14}$  之间变化。分别积分非线性模式，根据检验公式 (3.9)，对切线性模式的正确性进行检验。

**a. 个例一**

利用 1995 年 8 月 5 日 00 时的天气个例，分别对 REM 模式动力框架部分切线性模式进行了积分三小时切线性模式结果检验和积分六小时切线性模式结果检验，如下列表格所示：

T,P
-----

表 1 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

U,V
-----

表 2 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

T,P
-----

表 3 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

U,V
-----

表 4 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

**b. 个例二**

利用 1998 年 07 月 20 日 00 时的天气个例，同样分别对 REM 模式动力框架部分切线性模式进行了积分三小时切线性模式结果检验和积分六小时切线性模式结果检验，如下列表格所示：

T,P
-----

表 5 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

U,V
-----

表 6 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

T,P
-----

表 7 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

U,V
-----

表 8 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

上面,给出了利用两个天气个例,对 REM 模式动力框架部分的切线性模式进行正确性检验的结果,其结果符合切线性模式的检验公式。随着扰动系数从  $10^{-1}$  到  $10^{-14}$  的变化,扰动前后非线性模式结果的差值与切线性模式结果的比值  $R$  逐渐趋近于 1.0,然后随着计算机舍入误差的增加, $R$  值又逐渐远离 1.0。REM 模式的动力框架部分的切线性模式编写是成功的。

### §3.2.4.3 REM 模式切线性模式的检验

在完成 REM 模式动力框架部分的切线性模式,并得到正确的检验结果后,继续编写了 REM 模式所有物理过程部分的切线性模式。REM 模式的物理过程部分共有 7 个子程序,分别是:

- 湿度的水平平流
- 边界层和辐射
- 大尺度降水的计算
- 对流性降水的计算
- 速度的垂直扩散
- 温度和湿度的垂直扩散

其中边界层和辐射部分包括两个主要的子程序:

- 地面温度和地表大气温度的计算

• 垂直扩散系数的计算

完成了 REM 模式所有物理过程部分的切线性模式的程序编写后, 根据检验公式 (3.9), 同样进行了大量天气个例的实验, 对 REM 模式的切线性模式进行了正确性检验。下面, 仍然给出利用前面两个天气个例的实际观测资料对包含所有物理过程后 REM 模式切线性模式进行正确性检验的结果。

**实验设计**

本实验的主要目的是对包含所有物理过程部分后 REM 模式切线性模式的正确性进行检验。

实验所使用的资料与动力框架部分切线性模式检验相同, 分别是 1995 年 08 月 05 日 00 时和 1998 年 07 月 20 日 0 0 时的实际站点报文资料。

实验步骤同 3.2.3.2, 利用实际天气个例的观测资料作初始场, 在模式输入变量上乘以一个小扰动生成切线性模式所需要初始扰动场。取不同的扰动系数, 将初始扰动场叠加到非线性模式初始场上进行积分, 利用检验公式对加上所有物理过程的切线性模式进行正确性检验。下面的试验中, 取系数  $\alpha = 10^{-1}$  到  $\alpha = 10^{-14}$  之间变化。

**a. 个例一**

利用 1995 年 8 月 5 日 00 时的天气个例, 对 REM 模式的切线性模式, 分别进行了积分三小时切线性模式结果检验和积分六小时切线性模式结果检验, 如下列表格所示:

T,P
-----

表 9 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式切线性模式的检验

U,V
-----

表 10 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式切线性模式的检验

T,P
-----

表 11 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式切线性模式的检验

U,V
-----

表 12 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式切线性模式的检验

**b. 个例二**

利用 1998 年 07 月 20 日 00 时的天气个例，对加上所有物理过程后的 REM 模式切线性模式，分别进行了积分三小时切线性模式结果检验和积分六小时切线性模式结果检验，如下列表格所示：

T,P
-----

表 13 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式切线性模式的检验

U,V
-----

表 14 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式切线性模式的检验

T,P
-----

表 15 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式切线性模式的检验

U,V
-----

表 16 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式切线性模式的检验

上面，给出了利用两个天气个例，对加上所有物理过程后 REM 模式的切线性模式进行正确性检验的结果，其结果符合切线性模式的检验公式。随着系数从  $10^{-1}$  到  $10^{-14}$  的变化，加上扰动前后非线性模式结果的差值与切线性模式结果的比值  $R$  逐渐趋近于 1.0，然后随着计算机舍入误差的增加， $R$  值又逐渐远离 1.0。REM 模式加上所有物理过程部分的切线性模式编写是成功的。

#### §3.2.4.4 REM 模式切线性模式部分小结

从上面两部分切线性模式的检验结果来看，检验结果符合给出的检验规律，REM 模式的切线性模式的编写是成功的。

在动力框架部分切线性模式的检验中，由于动力框架部分没有包含“on-off”问题，其检验结果严格按照检验规律，随着扰动系数  $\alpha$  的变化， $R$  值趋向 1.0 的变化是连续的，检验结果中 0 或 9 的位数呈抛物线形式。

加上所有物理过程后，由于物理过程部分子程序中包含“on-off”问题，使得非线性模式本身的变量不连续，在对切线性模式的检验结果中，随着扰动系数的变化， $R$  值有一个突然向 1.0 的变化，然后，检验结果中 0 或 9 的位数才按抛物线规律变化。这体现了模式中“on-off”过程作用的影响，使得切线性模式的基本态按照不同的分支

运行。

### §3.3 REM 伴随模式的编写与检验

从数学的角度来看，伴随模式就是切线性模式的转置。在实际应用过程中，大多数的数值模式是通过不同的程序语句来实现的。在编写伴随程序时，则是按照从切线性模式的程序语句到伴随模式程序语句相对应进行编写的。下面，对伴随模式的原理、检验方法以及在 REM 模式的伴随模式编写过程中所遇到的一些问题和处理方法进行介绍。

#### §3.3.1 伴随模式的原理

对于任一非线性模式的切线性模式，可表示为如下形式：

$$\begin{cases} \frac{\partial U'}{\partial t} = \frac{\partial F(U)}{\partial U} U' \\ U'|_{t=t_0} = U'_0 \\ U'|_{\Gamma} = f'(t) \end{cases} \quad (3.10)$$

(3.10) 相应的伴随模式则有以下形式：

$$\begin{cases} -\frac{\partial U^*}{\partial t} = \left( \frac{\partial F(U)}{\partial U} \right)^T U^* \\ U^*|_{t=T} = 0 \\ U^*|_{\Gamma} = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

#### §3.3.2 伴随模式的编写方法

在实际应用中，伴随模式的编写一般有两种方法：一种是由伴随方程进行离散化得到，另一种则是直接由切线性模式的程序代码按照一定的转置规则来编写。在实际应用中，对于一些简单的问题或者对于一些小模式，可以采用第一种方法，因为在这种情况下，原非线性模式的伴随方程比较容易推导，可用一些常用的离散格式进行离散。但是，对于比较复杂的问题，或者对于一些变量比较多，程序语句比较大的数值模式，如我们通常使用的气象数值模式，其伴随方程很难用直接推导的方法得出，即使能够导出其伴随方程，将伴随方程写成离散化的形式，也需要很大的工作量。这种情况下，通常采用由切线性模式的程序代码到伴随模式的程序代码逐句转置的方法，这种方法在很大程度上利用了原非线性模式的离散格式，也可以避免对伴随方程离散化所产生的一些问题，从而简化了伴随模式的创建过程。

下面，对从切线性模式程序代码到伴随模式程序代码逐句对应的编写规则进行介绍。仍然使用我们在前面举例用的一条非线性模式程序语句：

$$z = A \cdot x + B \cdot y \cdot \sin(y) \quad (3.12)$$

其中， $z$ 、 $x$ 、 $y$  是模式变量，而  $A$ 、 $B$  是模式的常量参数。

对该程序语句进行切线性化，写成对应的切线性模式语句：

$$\begin{aligned} dz &= A \cdot dx + B \cdot dy \cdot \sin(y) + B \cdot y \cdot \cos(y) \cdot dy \\ z &= A \cdot x + B \cdot y \cdot \sin(y) \end{aligned} \quad (3.13)$$

根据由切线性程序语句到伴随程序语句的规则，其相应的伴随程序写为：

$$\begin{aligned} dx &= 0.0 \\ dy &= 0.0 \dots\dots \\ dx &= A \cdot dz + dx \\ dy &= B \cdot \sin(y) \cdot dz + dy \\ dy &= B \cdot y \cos(y) \cdot dz + dy \\ dz &= 0.0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

在伴随程序的开始部分，要对第一次用到的伴随变量进行清零。

上面就是从切线性模式的程序代码到伴随模式程序代码的简单编写规则。伴随模式的程序代码相对于原非线性模式增加了四到六倍。

### §3.3.3 REM 模式的伴随模式编写

在编写 REM 模式的伴随模式时，我们采用的是从切线性模式程序代码到伴随模式程序代码逐句对应的编写方法。

在 REM 模式伴随程序的实际编写过程中，需要对原非线性模式中每个子程序及每个变量的使用都要十分熟悉，清楚其在程序中的作用，是否被重新定义或使用，是否在程序中被临时存储或重新赋值等等。在一些程序语句的处理上，需要仔细分析处理，才能得到正确的伴随程序。下面，对 REM 模式的伴随模式编写过程中，遇到的一些典型情况进行介绍。

#### §3.3.3.1 模式变量的再定义

在 REM 模式中，有些变量在不同的程序中会被定义为不同的用途，而这个变量又在 COMMON 块中定义为全局变量使用。这种情况下，在编写伴随程序过程中，要对该变量的伴随变量进行及时的清零处理。比如，在 REM 模式中，变量  $s$  在计算地面气压子程序中，先定义为：

```

do k=1,kk
  do j=1,jj
    do i=1,ii
      s( i, j, k )=etam( k )*pp2( i, j )/( pt+etam( k )*pp2( i, j ) )
    end do
  end do
end do

```

然后，在计算温度的辐合辐散项调整时，s 又被定义为新的变量使用：

```

do k=1,kk
  do j=1,jj
    do i=1,ii
      s( i, j, k )=c0*s( i, j, k )*tt( i, j, k )
    end do
  end do
end do

```

这种情况下，在编写伴随模式时，对 s 变量对应的伴随变量  $L_s$ ，在编写完温度辐合辐散项调整子程序的伴随程序后，要及时进行清零处理。在编写计算地面气压项子程序时，在该伴随子程序的开头也要进行清零处理。

在非线性模式中出现程序变量被重新定义为新的变量使用时，如果在伴随模式中处理不正确时，往往会出现单个子程序的伴随程序检验是正确的，但所有子程序连接在一起后，对伴随变量的结果检验却不对。

### §3.3.3.2 模式变量本身的积分叠代

在 REM 模式中，有些变量是通过变量本身进行迭代积分计算的。比如在位势高度场、垂直速度场的计算子程序里，在大尺度降水子程序和对流性降水子程序中对温度场的修正过程，都用到了模式变量本身的迭代积分。

在编写这部分程序的伴随程序时，要理清这种迭代调用关系，进行相应的伴随变量清零。比如，对于计算位势高度场子程序中，第 K 层的位势高度场 h 是根据静力关系，由模式 K-1 层的位势高度场向上迭加计算的：

```

do k=1,kk
  kp=kk+1-k
  do j=1,jj
    do i=1,ii
      if( mph( i, j, kp ).gt.0 ) then
        x1=etam( kp )*p( i, j )
        hfn1=s( i, j, kp )/x1
      end if
    end do
  end do
end do

```

```

    h ( i, j, kp )=h ( i, j, kp+1 )+hfn1*deta(kp)
  end if
end do
end do
end do

```

在编写相应的伴随程序时，有如下形式：

```

do k=kk,1,-1
  kp=kk+1-k
  do j=jj,1,-1
    do i=ii,1,-1
      if ( mph ( i, j, kp ).gt.0) then
        x1=etam (kp)*p( i, j )
        Lhfn1=0.0

        Lh(i,j,kp+1)=Lh(i,j,kp)+Lh (i,j,kp+1)
        Lhfn1=Lh ( i, j, kp )*deta(kp)+Lhfn1
        Lh ( i, j, kp)=0.0
        Lx1=0.0

        Ls (i,j,kp)=Lhfn1/x1+Ls(i,j,kp)
        Lx1=-Lhfn1*s ( i, j, kp)/(x1*x1)+Lx1
        Lhfn1=0.0

        Lp(i,j)=etam(kp)*Lx1+Lp(i, j)
        Lx1=0.0
      end if
    end do
  end do
end do
end do

```

其中 Lh 为伴随变量，可以看到，每次 k 循环计算出 Lh ( i, j, kp-1) 后，对变量 Lh ( i, j, kp ) 进行了清零处理。

### §3.3.3.3 模式变量的重复使用

在 REM 模式中，有些二维的模式变量在程序积分过程中，会被重复用于三维程序变量的计算，如在  $\eta$  层上利用温度扰动计算其对应的温度场时，会用到地面气压场  $p_s$ ，在这种情况下编写伴随程序，要注意对二维伴随程序变量清零并注意清零的相应位置。

对上述过程，有程序语句：



```

do k=1,kk
  do j=1,jj
    do i=1,ii
      if(mph(i,j,k).gt.0)then
        ttp(i,j,k)=tt(i,j,k)*c0/(rair*p(i,j))+trfk(i,j,k)
      end if
    end do
  end do
end do

```

其中，在计算三维变量 ttp 时重复用到了二维变量 p，在编写其相应的伴随程序时，由于变量 p 在 k 循环中重复使用，对伴随变量 Lp 进行清零时，要在 K 循环的外面进行。

```

do k=1,kk
  do j=1,jj
    do i=1,ii
      Ltt(i,j,k)=0.0
      Ltrfk(i,j,k)=0.0
    end do
  end do
end do
do j=1,jj
  do i=1,ii
    Lp(i,j)=0.0
  end do
end do
do k=kk,1,-1
  do j=jj,1,-1
    do i=ii,1,-1
      if(mph(i,j,k).ge.0) then
        Ltt(i,j,k)=(c0/rair)*Lttp(i,j,k)/p(i,j)+ Ltt(i,j,k)
        Lp(i,j)=- (c0/rair)*tt(i,j,k)*Lttp(i,j,k) / (p(i,j)*p(i,j))+Lp(i,j)
        Ltrfk(i,j,k)=Lttp(i,j,k)+Ltrfk(i,j,k)
        Lttp(i,j,k)=0.0
      endif
    end do
  end do
end do

```

end do

#### §3.3.3.4 “on-off” 问题的处理

在编写 REM 的伴随程序时, 同样会遇到 “on-off” 问题。对于 “on-off” 问题的判断条件, 在伴随程序的编写过程中, 仍然采取编写切线性模式使用的 “传统处理方法”。在遇到 “on-off” 问题的条件判断时, 用非线性模式变量本身的基本态进行判断。

#### §3.3.3.5 非线性模式基本态的存储

对于伴随模式, 在其进行积分计算过程中, 要用到原非线性模式的基本态。对于原非线性模式的基本态的获得, 通常有两个处理办法: 一个是利用非线性模式的初始场从头进行计算; 另外一种方法则是先运行一次非线性模式本身, 对其中的非线性模式的基本态变量进行预先存储。这两种方法各有自己的优缺点, 对于第一种方法来说, 基本用不到对非线性模式的基本态进行存储, 在每一次用到非线性模式基本态时从头对非线性模式进行积分计算得到, 但这样处理会是非常耗费计算机时的过程, 在程序的编写上也会带来一定的繁琐; 对于第二种方法来说, 把伴随模式中用到的非线性模式基本态存储下来, 很大程度方便了其使用, 但如果把伴随程序积分窗口内要用到的各个时次的非线性模式基本态变量都进行存储, 将是非常耗费计算机存储空间的过程, 同时, 过多的读写存储介质的过程也很浪费时间。因而在实际应用中, 一般都是两种方法相结合使用, 存储一定时次的非线性模式的基本态变量, 然后在不同的伴随子程序及程序语句中需要非线性模式基本态变量时, 再调用相应的程序, 从存储时刻的非线性模式的基本态变量, 积分到相应的子程序及模式语句, 计算出子程序及程序句中所用到的非线性模式的基本态变量。

在不同的伴随模式程序中, 相对来说会有一个最佳的存储非线性模式基本态变量的时间间隔, 以及最佳的从存储的非线性模式基本态变量, 计算出伴随子程序及程序语句中需要的非线性模式基本态变量的时间, 从而更加有效地利用现有的计算机存储空间和现在的计算能力。

对于 REM 模式的伴随程序, 我们也试图找到一个相对最佳的存储非线性模式基本态变量的时间间隔。在编写其伴随模式时, 我们采用的方法是, 在非线性模式向前积分过程中, 当模式所有程序完成一个完整的时间积分步后, 对非线性模式的基本态变量其进行一次存储。在伴随模式中进行反向积分时, 则同样在每完成一个完整的积分时间步后, 对非线性模式的基本态变量进行一次读取。当伴随模式中不同的子程序及程序语句用到非线性模式的基本态变量时, 则从读取的时间点积分到相应时刻的非线性模式子程序及程序语句, 获得所对应的非线性模式基本态。

这样, 在一定程度上解决了存储空间与消耗计算机时的矛盾。在进行四维同化研究或者进行敏感性分析研究时, 根据不同的代价函数的定义, 会对伴随模式的积分有不同的要求, 其非线性模式基本态变量存储的时间间隔会作一些小的调整, 总体思路

不变。

上面，对在 REM 伴随模式编写中遇到的一些问题及处理方法进行了介绍，这些问题在伴随模式的编写中具有一定的普遍性。

### §3.3.4 REM 模式的伴随模式检验

在完成 REM 伴随模式的编写以后，也要对其进行检验，以保证伴随模式编写的正确性。

在进行伴随模式检验时，REM 模式积分区域的选取与切线性模式检验时相同。

#### §3.3.4.1 伴随模式的检验方法

伴随模式的检验原理基于伴随模式是切线性模式的转置这一概念进行的。切线性模式积分到 T 时刻扰动场的内积，应该等于伴随模式从 T 时刻反向积分到初始时刻的伴随变量与初始扰动场之间的内积。

可以得到伴随模式的检验公式：

$$\langle M_t(x)\delta x, M_t(x)\delta x \rangle = \langle M_t^*(x)M_t(x)\delta x, \delta x \rangle \quad (3.15)$$

其中， $M_t(x)$  是切线性模式， $M_t^*(x)$  是伴随模式， $\delta x$  是模式变量的初始小扰动。

REM 模式的伴随模式编写与检验也是分两步进行的，首先编写 REM 模式动力框架部分的伴随模式，利用上述方法对其进行正确性检验。在检验正确的基础上，再编写加上所有物理过程后的伴随模式，并对其正确性进行检验。

#### §3.3.4.2 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验

在完成了 REM 模式动力框架部分伴随程序的编写后，利用大量实际天气个例对伴随程序的正确性进行了检验。下面仍给出使用前面两个天气个例进行检验时的结果，两个天气个例分别是 1995 年 08 月 05 日 00 时和 1998 年 07 月 20 日 00 时的实际站点报文资料。

##### 实验设计

本试验的目的是对 REM 模式动力框架部分伴随模式的正确性进行检验。

首先，利用非线性模式的实际观测场，将模式输入变量乘以一个小扰动，人为产生切线性模式所需要的初始扰动场，将切线性模式向前积分到 T 时刻，然后将 T 时刻切线性模式的积分结果作为伴随模式的强迫项，进行反向积分，从而得到初始时刻的伴随向量。切线性模式初始扰动场的构造同前面进行切线性模式检验时方法相同。

##### a. 个例一

利用 1995 年 8 月 5 日 00 时的实际观测数据，对 REM 模式动力框架部分的伴随程序进行了检验。积分时间窗口分别取为 3 小时和 6 小时。



表 17 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验



表 18 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验

**b. 个例二**

利用 1998 年 7 月 20 日 00 时的实际观测数据, 对 REM 模式动力框架部分的伴随程序进行了检验。积分时间窗口分别取为 3 小时和 6 小时。



表 19 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验



表 20 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验

以上, 给出了利用两个实际天气个例, 分别取 3 小时和 6 小时时间窗口, 对 REM 动力框架部分伴随模式的正确性进行了检验, 其结果符合给出的检验公式。在检验结果中, 检验公式的左端项与右端项二者都能达到 13 位的有效数字相等。表明 REM 模式动力框架部分的伴随模式编写是成功的。

**§3.3.4.3 REM 模式伴随模式的检验**

在对 REM 模式动力框架部分伴随模式检验正确的基础上, 继续编写了加上所有物理过程后的 REM 模式伴随模式, 并利用大量天气个例对伴随模式的正确性进行了检验。下面仍给出利用前面的二个天气个例对包含所有物理过程的 REM 模式伴随模式进行检验的结果。

**实验设计**

本试验的目的是对包含所有物理过程的 REM 模式伴随模式正确性进行检验。

试验所使用的天气个例及试验步骤与 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验相同。

**a. 个例一**

利用 1995 年 8 月 5 日 00 时的实际观测数据, 对 REM 模式加上所有物理过程部

分的伴随程序进行了检验。积分时间窗口分别取为 3 小时和 6 小时。

表 21 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式伴随模式的检验

表 22 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式伴随模式的检验

**b. 个例二**

利用 1998 年 7 月 20 日 00 时的实际观测数据, 对 REM 模式加上所有物理过程部分的伴随程序进行了检验。积分时间窗口分别取为 3 小时和 6 小时。

表 23 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式伴随模式的检验

表 24 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式伴随模式的检验

以上, 给出了利用两个实际天气个例, 分别取 3 小时和 6 小时时间窗口, 对包含所有物理过程 REM 模式伴随模式的正确性进行检验的结果, 其结果符合给出的检验公式。在检验结果中, 检验公式中左端项与右端项二者都能达到 13 位以上的有效数字相等。表明 REM 模式包含所有物理过程伴随模式的编写是成功的。

**§3.3.4.4 REM 模式伴随模式部分小结**

从 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验结果和包含所有物理过程伴随模式的检验结果来看, 检验公式左端项与右端项都能达到 13 位以上有效数字相同, 对 REM 模式伴随模式的编写是成功的。

**§3.4 本章小结和今后改进的方向**

以上, 对切线性模式及伴随模式的原理及编写方法进行了介绍, 并编写了 REM 模式的切线性模式及伴随模式, 通过大量实际天气个例, 对 REM 模式的切线性模式

和伴随模式进行了检验。通过给出的两个利用实际天气个例对 REM 模式切线性模式及伴随模式进行检验的结果看，整个编写工作是成功的。

由于时间关系，其中还存在一些不足和以后需要继续补充的工作。

#### §3.4.1 观测算子的切线性模式和伴随模式

目前只编写了 REM 模式主程序部分的切线性模式和伴随模式，对于观测算子还没有编写相应的切线性模式和伴随模式。下一步工作计划编写 REM 模式采用的观测算子所对应的切线性模式和伴随模式，并考虑加入非常规观测资料所对应的观测算子及相应的切线性模式与伴随模式。

#### §3.4.2 初始场中的静力平衡误差及位势高度场的诊断

在编写 REM 模式的切线性模式之前，曾经对 REM 模式非线性模式本身进行了一些修改，去掉了 REM 模式对初始场中温度场和位势高度场之间静力平衡误差信息的考虑，在模式中诊断高度场的计算中，同时修改了模式中继续保留初始场中温度场和位势高度场之间静力平衡误差信息这部分内容。

这部分内容是 REM 模式本身的特点之一，是充分利用初值信息的一种有效手段，在以后的工作中，希望能在非线性模式中保留这一特点，同时也不影响切线性模式及伴随模式的编写。

#### §3.4.3 并行计算

由于伴随模式的程序代码会比原非线性模式本身增加 4-6 倍，伴随模式运行时所消耗的计算机资源是相当惊人的。

REM 非线性模式本身是按自动并行语句编写的，在 SGI 工作站上可以实现自动并行。在编写其伴随程序时，第一步只是按照标准 FORTRAN 语言进行编写的，在 SGI2000, SGI3000 工作站和 PC 机的 PGI-FORTRAN 上都能有很好的兼容性，但在实际应用过程，尤其是在作四维变分资料同化处理时，优化过程要多次调用原非线性模式和伴随模式，对计算机时的消耗是非常大的。

为了更好的提高程序的效率，下一步的工作，可以考虑将 REM 模式的伴随模式改成并行程序，这样，在利用 REM 伴随模式进行试验研究时，可以大大提高工作效率，也可以为以后进行四维变分资料同化业务运行奠定基础，这是非常具有现实意义的一项工作。

#### §3.4.4 代码效率

这个问题有点类似于前一个问题，也是关于提高 REM 模式的伴随模式效率的问题，这里的侧重点在于程序代码本身的优化。这里涉及到的问题是程序在计算机中运行时，其代码运行过程的问题，这要求程序编写人员对计算机有着丰富的知识。

举例来说,美国的中尺度数值天气预报模式 MM4 在编写完成后,曾经专门请一些计算机专业人员组成一个小组,对程序结构进行优化并针对当时的计算条件设计了相应的程序运行方案。这样可以充分利用现有的计算机能力和计算机资源,同时也可以提高程序运行的效率。

### 混合计算

在 REM 模式的伴随程序编写过程中,我们采用的是每完成一个完整时间积分步,对非线性模式基本变量进行一次读取的方法。在伴随模式积分中,当不同的伴随子程序程序及程序语句用到非线性模式的基本态变量时,则从读取的时间点积分到该伴随子程序及程序语句所对应的非线性模式的基本变量。这样,在伴随模式中混合了非线性模式变量基本态的计算和伴随变量的积分。正确编写这些程序语句是第一步的工作,而合理编写及修改这些程序语句,最大地利用存储空间和最大效率地利用计算能力则是进一步要作的工作。

### 循环语句

合理安排数值模式中循环语句的使用,可以使模式程序代码的运行效率得到很大提高。比如:

```
do i=1,ii
  do j=1,jj
    do k=1,kk
      Ltt(i,j,k)=0.0
      Ltrfk(i,j,k)=0.0
    end do
  end do
end do
```

在这种程序语句中,对于  $i, j, k$  循环的安排就不利于模式高效率地运行,因为在计算机内存中,变量的存放顺序是按以下形式存放的:

```
TT (1, 1, 1),  TT (1, 1, 2),  ...,  TT (1, 1, K)
TT (1, 2, 1),  TT (1, 2, 2),  ...,  TT (1, 2, K)
.....
TT (1, J, 1),  TT (2, 1, 2),  ...,  TT (1, J, K )
TT (2, 1, 1),  TT (2, 1, 2),  ...,  TT (2, 1, K)
.....
```

上述的循环过程明显不利于变量在内存中的使用。如果改成下面的形式:

```
do k=1,kk
  do j=1,jj
    do i=1,ii
      Ltt(i,j,k)=0.0
```

```
Ltrfk(i,j,k)=0.0  
end do  
end do  
end do
```

这样，可以大大提高程序运行的效率，这是编写 REM 伴随程序过程中要注意和以后要进一步修改的工作。

以上几方面工作的设想，是为以后进一步提高 REM 模式伴随模式的运行效率考虑的。



第三章的附表

REM 模式动力框架部分切线性模式的检验，个例一

表 1 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	T	$P_s$
$10^{-1}$	1.01595861267854	1.00918304125784
$10^{-2}$	1.00156204769143	1.00085853546107
$10^{-3}$	1.00015564154350	1.00008565672935
$10^{-4}$	1.00001558365215	1.00000843633094
$10^{-5}$	1.00000155913953	1.00000083457509
$10^{-6}$	1.00000015954274	1.00000017333596
$10^{-7}$	1.00000003683439	1.00000016796849
$10^{-8}$	1.00000016264695	1.00000561930831
$10^{-9}$	1.00000307174989	1.00005164538978
$10^{-10}$	1.00000305030863	0.999582830164916
$10^{-11}$	1.00006029848122	0.996639106659937
$10^{-12}$	1.00119025304890	1.04732818034680
$10^{-13}$	1.02441590575877	0.748091557390575
$10^{-14}$	0.909824266068079	-8.38667665236071

表 2 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	U	V
$10^{-1}$	1.30432631273797	0.920572311060461
$10^{-2}$	1.02908635368112	0.991788740318995
$10^{-3}$	1.00300676285646	0.999179593894897
$10^{-4}$	1.00028358890608	0.999917669025741
$10^{-5}$	1.00002834280054	0.999991761873691
$10^{-6}$	1.00000263397189	0.999999197354913
$10^{-7}$	0.999999202175499	1.00000000092548
$10^{-8}$	0.999988759836166	1.00000091443933
$10^{-9}$	0.999946708147034	1.00000342426505
$10^{-10}$	0.998884363220124	1.00014094096803
$10^{-11}$	0.989407303197989	1.00162344765431
$10^{-12}$	0.973780204647486	0.999914185343207
$10^{-13}$	-0.94836713442255	1.13866006542030
$10^{-14}$	1.42219377491323	1.00176079313724

表 3 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	T	$P_s$
$10^{-1}$	0.967629407446299	1.00250157850938
$10^{-2}$	0.996837821214428	1.00025152727235
$10^{-3}$	0.999684779121171	1.00002481780164
$10^{-4}$	0.999968514653349	1.00000240275064
$10^{-5}$	0.999996850440606	1.00000024733715
$10^{-6}$	0.999999675345747	1.00000005425198
$10^{-7}$	0.999999918654270	0.999999924551678
$10^{-8}$	0.999999698853330	1.00000042452615
$10^{-9}$	0.999992640013106	1.00000884771956
$10^{-10}$	1.00001177521242	0.999757128776892
$10^{-11}$	0.999823355649134	0.999020931904529
$10^{-12}$	0.998378586825846	1.01708839314484
$10^{-13}$	0.982670391409980	0.937341132423279
$10^{-14}$	0.926997990827693	1.16779117871777

表 4 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	U	V
$10^{-1}$	0.998218117630411	0.975679956368173
$10^{-2}$	0.999868016591361	0.997296968477456
$10^{-3}$	0.999985667139007	0.999723409803474
$10^{-4}$	0.999998393078696	0.999967773123062
$10^{-5}$	0.999999848806606	0.999997314551728
$10^{-6}$	0.999999985282715	0.999999752814711
$10^{-7}$	1.0000000029423	1.00000010353686
$10^{-8}$	1.00000007496549	1.00000045241134
$10^{-9}$	0.999999367763444	0.999995175613934
$10^{-10}$	1.00004604385874	1.00003306710502
$10^{-11}$	1.0002288004106	1.00129365333401
$10^{-12}$	1.00171279746822	1.00791786258410
$10^{-13}$	0.978011091951416	1.28495060933452
$10^{-14}$	1.08377614380438	2.58252103558510

REM 模式动力框架部分切线性模式的检验，个例二

表 5 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	T	$P_s$
$10^{-1}$	1.02161895782235	1.00817397983071
$10^{-2}$	1.00214671268851	1.00073665269045
$10^{-3}$	1.00021663509642	1.00006783316466
$10^{-4}$	1.00002048464778	1.00000709769270
$10^{-5}$	1.00000205314073	1.00000070661732
$10^{-6}$	1.00000020894908	1.00000008648887
$10^{-7}$	1.00000006285303	1.00000032138370
$10^{-8}$	1.00000040074684	1.00000122794166
$10^{-9}$	1.00000324521482	1.00001819723901
$10^{-10}$	1.00003354048111	1.00018720226803
$10^{-11}$	1.00031643433898	1.00281667897461
$10^{-12}$	1.00308907885165	1.02098605726402
$10^{-13}$	1.03338434514880	0.965415430354470
$10^{-14}$	0.966704994616520	1.56698466526260

表 6 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	U	V
$10^{-1}$	0.989595791066322	0.995829945481683
$10^{-2}$	0.998914654109685	0.999593029885895
$10^{-3}$	0.999878784083521	0.999960692002257
$10^{-4}$	0.999988011715879	0.999996022833711
$10^{-5}$	0.999998800150204	0.999999604411553
$10^{-6}$	0.999999861249177	0.999999953621619
$10^{-7}$	0.999999793836875	0.999999961744554
$10^{-8}$	0.999997220759051	0.999999476406813
$10^{-9}$	0.999975695047984	0.999994817981978
$10^{-10}$	0.999903359362370	0.999996234910361
$10^{-11}$	0.997769070754968	0.999304859932915
$10^{-12}$	0.972830590975508	0.992702323712618
$10^{-13}$	0.869306096341534	1.02166628900589
$10^{-14}$	-1.01522448518150	0.678097894709798

表 7 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	T	$P_s$
$10^{-1}$	0.976747370590281	1.00619650055892
$10^{-2}$	0.996899304727852	1.00050466614728
$10^{-3}$	0.999677369645994	1.00006182030236
$10^{-4}$	0.999955705473015	1.00000452855764
$10^{-5}$	0.999997759008152	1.00000050239446
$10^{-6}$	0.999999821573746	1.00000001739373
$10^{-7}$	1.00000068398618	1.00000011776785
$10^{-8}$	0.999999282234125	1.00000509645903
$10^{-9}$	1.00005925534222	1.00002806956793
$10^{-10}$	1.00112306705156	0.999937194336539
$10^{-11}$	1.00461115330288	1.00218551487636
$10^{-12}$	1.04695819926148	0.997869876315225
$10^{-13}$	1.40188854884554	0.852656492148077
$10^{-14}$	4.62371049749462	3.66866674911080

表 8 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式动力框架部分切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	U	V
$10^{-1}$	1.01327532967923	0.969129208404198
$10^{-2}$	1.00211249094741	0.997017365634334
$10^{-3}$	1.00023593425644	0.999732968015612
$10^{-4}$	0.999970939010783	0.999974446947038
$10^{-5}$	1.00000173584279	0.999996805667726
$10^{-6}$	1.00000068786020	0.999999860302072
$10^{-7}$	1.00000075030614	1.00000659284097
$10^{-8}$	0.999973564227437	0.999995963687367
$10^{-9}$	0.999602248659025	1.00088470240388
$10^{-10}$	1.00876204861355	1.00870899456282
$10^{-11}$	1.02275113858487	0.987866967353888
$10^{-12}$	1.17579508916963	1.29254060583572
$10^{-13}$	6.53586984612105	4.68181936516108
$10^{-14}$	18.5104445609106	34.2053961633618

REM 模式切线性模式的检验, 个例一

表 9 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	T	Q
$10^{-1}$	0.994203884037106	0.978139886506873
$10^{-2}$	0.882961552368305	1.01986354493112
$10^{-3}$	2.181173855611810	1.13775696805355
$10^{-4}$	1.68202853100869	1.36418508711671
$10^{-5}$	1.00128030464638	0.999164506772833
$10^{-6}$	1.00268759709344	0.997779094998595
$10^{-7}$	1.00005545835796	1.00037125269436
$10^{-8}$	1.00005536160328	1.00037113833916
$10^{-9}$	1.00005994983569	1.00037071815140
$10^{-10}$	1.00007703689707	1.00037080859715
$10^{-11}$	1.00013292087658	1.00033115555789
$10^{-12}$	0.999528285164805	1.00058512100983
$10^{-13}$	1.00932472301013	0.987694979861689
$10^{-14}$	1.05719441709005	1.15212764289126

表 10 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	U	V
$10^{-1}$	1.42807638756959	0.940092777348792
$10^{-2}$	-3.40529668293193	0.602501598936042
$10^{-3}$	-37.3769306771190	-2.63666267527122
$10^{-4}$	-19.6348514592047	1.16063859300095
$10^{-5}$	1.00261185166201	0.997876209929113
$10^{-6}$	1.00438850842173	0.999639244411765
$10^{-7}$	0.999447396554304	1.00000492995836
$10^{-8}$	0.999458280486674	1.00000523531911
$10^{-9}$	0.999518420992197	1.00001174156115
$10^{-10}$	1.00052892427453	1.00015170035341
$10^{-11}$	1.00234493267518	0.999876756561628
$10^{-12}$	1.08022733582750	0.995764479239949
$10^{-13}$	0.538168047951459	1.10096642397599
$10^{-14}$	1.79205357657688	0.686601491313997

表 11 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	T	Q
$10^{-1}$	0.727088114001285	1.03133070458107
$10^{-2}$	1.12625456673335 -	0.625510355116609
$10^{-3}$	11.3999981807482 -	-0.13409891740872
$10^{-4}$	0.233057158207555	1.86190702608599
$10^{-5}$	0.991447036612988	0.990027852241076
$10^{-6}$	0.972674579411831	0.973148589286850
$10^{-7}$	0.999913233943090	1.00092761547106
$10^{-8}$	0.999910531502326	1.00092880817893
$10^{-9}$	0.999930344923647	1.00092481614724
$10^{-10}$	0.999593037017334	1.00104497933675
$10^{-11}$	0.997670528927425	1.00084434195019
$10^{-12}$	0.975938568306723	1.00547467335557
$10^{-13}$	0.688824953427434	1.06347011485484
$10^{-14}$	2.59061683130236	1.17953681729014

表 12 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	U	V
$10^{-1}$	0.835399536036573	1.19630955490079
$10^{-2}$	0.740162865965076	-3.22818602197860
$10^{-3}$	-4.01920563495824	-6.82563022953560
$10^{-4}$	1.40595724453458	5.43059736769414
$10^{-5}$	0.999098612453407	0.988388494381103
$10^{-6}$	1.00131906991473	0.993710339458535
$10^{-7}$	0.999989223620014	0.999860994647119
$10^{-8}$	0.999988335788242	0.999853502578478
$10^{-9}$	0.999989991320694	0.999766422296452
$10^{-10}$	0.999825699086312	1.00063788679894
$10^{-11}$	0.999749748654028	1.00041780570155
$10^{-12}$	1.00593029370172	0.921807944511714
$10^{-13}$	0.959823376848095	0.569519972397423
$10^{-14}$	1.47302468391820	-10.6513608682727

REM 模式切线性模式的检验, 个例二

表 13 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	T	Q
$10^{-1}$	1.01522791139053	0.995875277232038
$10^{-2}$	0.990044300865540	0.996864800789964
$10^{-3}$	1.00192864390643	1.00945949117345
$10^{-4}$	1.00077991291998	0.997401865454959
$10^{-5}$	1.00017208639239	1.00055103344143
$10^{-6}$	1.00006370797157	1.00066679977003
$10^{-7}$	1.00006354720437	1.00066681342240
$10^{-8}$	1.00006348951408	1.00066674543133
$10^{-9}$	1.00006304953667	1.00066625847137
$10^{-10}$	1.00007986094335	1.00066712213462
$10^{-11}$	1.00000852718300	1.00062800203257
$10^{-12}$	1.00020876229977	1.00009236024252
$10^{-13}$	1.04269492420724	1.00410641654315
$10^{-14}$	0.944000605625831	1.05739649026813

表 14 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时对 REM 模式切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	U	V
$10^{-1}$	0.984270940898748	0.997174868122235
$10^{-2}$	1.00230613153262	0.996616766819840
$10^{-3}$	1.00251291608627	1.00004956188072
$10^{-4}$	1.00021558166217	1.00009229880415
$10^{-5}$	1.00007970576613	1.00000408419571
$10^{-6}$	1.00001610850545	1.00000350439856
$10^{-7}$	1.00001618259623	1.00000351439386
$10^{-8}$	1.00001571181853	1.00000356946737
$10^{-9}$	1.00000680292577	1.00000434976265
$10^{-10}$	0.999981394408508	0.999990969192452
$10^{-11}$	0.999529657844828	0.999992461497907
$10^{-12}$	0.985292747965469	0.997924994583806
$10^{-13}$	1.03864573323111	1.01697282260748
$10^{-14}$	0.774578399557292	1.03197474830701

表 15 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	T	Q
$10^{-1}$	0.912264141911505	0.999172554127684
$10^{-2}$	0.867152484672599	1.00709264898592
$10^{-3}$	0.896021456996485	1.06519948838274
$10^{-4}$	1.28564470031950	1.11616348245726
$10^{-5}$	1.00269140647573	0.860124399682895
$10^{-6}$	1.00006933479042	1.00124893798188
$10^{-7}$	1.00007014047207	1.00124901812554
$10^{-8}$	1.00005378400615	1.00125214472803
$10^{-9}$	0.999729629978523	1.00132485520112
$10^{-10}$	0.998002750318895	1.00171812613001
$10^{-11}$	0.969065522166131	1.00658981582527
$10^{-12}$	0.917387062993538	1.02266913039433
$10^{-13}$	1.93956359174452	0.845516564244313
$10^{-14}$	16.0949227091470	-0.83528045679948

表 16 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时对 REM 模式切线性模式的检验

切线性模式的检验		
扰动系数	U	V
$10^{-1}$	0.980170118827466	0.970511662923972
$10^{-2}$	1.10805307737593	0.935138801307742
$10^{-3}$	0.732873391509014	0.935167876025533
$10^{-4}$	0.848147944709635	0.868674994173543
$10^{-5}$	0.994724921298017	0.999195506388256
$10^{-6}$	1.00008849453225	0.999980196157365
$10^{-7}$	1.00009320001199	0.999979159248709
$10^{-8}$	1.00010280768398	0.999976875904084
$10^{-9}$	1.00075228177836	0.999896553166867
$10^{-10}$	1.00234544801365	1.00044184259474
$10^{-11}$	1.00131074798234	0.995656654469806
$10^{-12}$	1.11144846021212	0.921261461638187
$10^{-13}$	-0.35199524830147	0.211562923046172
$10^{-14}$	-1.45758551054320	-11.2945870161812



REM 模式动力框架部分伴随模式的检验，个例一

表 17 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时  
对 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验

伴随模式的检验	
左端项	707177.0084844024
右端项	707177.0084844099

表 18 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时  
对 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验

伴随模式的检验	
左端项	820099.1597535404
右端项	820099.1597535380

REM 模式动力框架部分伴随模式的检验，个例二

表 19 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时  
对 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验

伴随模式的检验	
左端项	704647.6497929067
右端项	704647.6497929048

表 20 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时  
对 REM 模式动力框架部分伴随模式的检验

伴随模式的检验	
左端项	1179368.368097438
右端项	1179368.368097442

### REM 模式伴随模式的检验, 个例一

表 21 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 3 小时  
对 REM 模式伴随模式的检验

伴随模式的检验	
左端项	757819.9187717324
右端项	757819.9187717387

表 22 1995 年 8 月 5 日 00 时积分 6 小时  
对 REM 模式伴随模式的检验

伴随模式的检验	
左端项	1143769.549091516
右端项	1143769.549091521

### REM 模式伴随模式的检验, 个例二

表 23 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 3 小时  
对 REM 模式伴随模式的检验

伴随模式的检验	
左端项	648679.3579805224
右端项	648679.3579805015

表 24 1998 年 7 月 20 日 00 时积分 6 小时  
对 REM 模式伴随模式的检验

伴随模式的检验	
左端项	1020029.311553090
右端项	1020029.311553097

## 第四章 目标函数的梯度检验及理想观测场试验

在完成 REM 模式的切线性模式和伴随模式的编写, 并进行了正确性检验后, 本章定义了一个目标函数, 利用实际天气观测资料数据作为 REM 模式的初始场, 对定义的目标函数进行了梯度检验。在梯度检验正确的基础上, 利用 REM 模式设计了理想观测场, 对目标函数的收敛性进行了试验。理想观测场试验可以对 REM 模式的切线性模式、伴随模式及目标函数梯度的正确性作进一步综合检验, 同时还可以对四维变分资料同化及非线性优化程序的设计及编写进行检验。

### §4.1 目标函数的梯度检验

#### §4.1.1 目标函数的定义

随着观测资料的不断丰富, 可以获得不同时间和空间分布的观测信息, 包括常规及特殊类型 (如卫星、雷达, 风廓仪等等) 的观测资料。为了更好利用这些观测信息, 提高中小尺度数值天气预报的准确率, 近年来, 利用伴随模式进行四维变分资料同化研究及非线性优化研究得到了非常广泛的发展和应。其主要思路是在一段观测时间窗口内定义一目标函数, 用来表示数值模式预报场与获得的观测场之间的差别, 再通过非线性优化的方法来找到数值模式最优初始场, 进而使目标函数的值减小, 使得数值模式的预报结果最大程度地接近观测场。因而, 为了利用不同的观测资料信息及出于不同的同化目的, 可以在同化时间窗口内定义不同形式的目标函数。

通常, 目标函数有如下的定义形式:

$$\begin{aligned}
 J(U_0) = & \frac{1}{2}(U_0 - U_b)^T B^{-1}(U_0 - U_b) \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^T (H_x(U_n) - X_n)^T O^{-1}(H_x(U_n) - X_n) \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^T (H_y(U_n) - Y_n)^T R^{-1}(H_y(U_n) - Y_n)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

其中,  $U_n = M_n(U_0)$  为非线性数值模式在  $n$  时刻的预报场,  $T$  为最终预报时间,  $U_b$  是气候背景场, 是模式变量的气候统计量, 在实际应用中为了简单实用, 很多时候使用数值模式本身的预报结果作为气候背景场。  $B^{-1}$  为气候背景场的协方差矩阵。  $X_k$  代表常规观测资料场,  $Y_k$  代表非常规观测资料,  $H_x(U_n)$  代表模式格点到常规观测场的映射算子,  $H_y(U_n)$  代表模式格点到非常规观测场的映射算子。  $O^{-1}$  代表常规观测场观测误差的协方差矩阵,  $R^{-1}$  代表非常规观测场观测误差的协方差矩阵。

公式 (4.1) 可以写成以下形式:

$$J(U_0) = J_B + J_O + J_R \quad (4.2)$$

公式右端的三项分别代表数值模式初始场与气候背景场的偏离, 数值模式预报结果与常规观测场的偏离以及数值模式预报结果与非规观测场的偏离。

#### §4.1.2 梯度检验方法

对目标函数的梯度进行检验, 也是基于目标函数小扰动上的泰勒展开定理 (Taylor) 进行的, 其验证方法和切线性模式的检验有些类似。目标函数梯度的检验公式可以写为:

$$R = \frac{J(U_0 + \alpha H) - J(U_0)}{\alpha H^T \nabla J} = 1 + O(\alpha) \quad (4.3)$$

$$H = \frac{\nabla J}{\|\nabla J\|}$$

其中,  $J(U_0)$  代表定义的目标函数,  $\nabla J$  为目标函数的梯度, 通常通过积分数值模式的伴随模式得到,  $\|\cdot\|$  为梯度向量的模。  $\alpha$  为扰动系数, 由于数值模式为双精度, 通常取为  $10^{-1}$  到  $10^{-16}$  之间。

#### §4.1.3 本论文中定义的目标函数

由于常规观测场比较容易获得, 本论文中将常规观测资料信息作为同化主要内容, 我们取目标函数的定义形式如下:

$$J(U_0) = \frac{1}{2}(M_{T_a}(U_0) - U_{T_a}^{obs})^T W_U^{-1}(M_{T_a}(U_0) - U_{T_a}^{obs}) \quad (4.4)$$

$$+ \frac{1}{2}(M_{T_a}(U_0) - P_{T_a}^{obs})^T W_P^{-1}(M_{T_a}(U_0) - P_{T_a}^{obs})$$

其中,  $M_t(U_0)$  代表采用的数值模式 REM,  $U$  代表我们气象上通常的物理量场, 在 REM 模式中, 模式的基本变量有五个, 温度场 (T)、水平风场 (U, V)、水汽场 (Q) 和地面气压场 (Ps)。  $P$  代表降水, 这里单独把降水作为一项, 是考虑以后可以只同化降水资料。  $T_a$  代表最终预报时刻, 上标 *obs* 代表插值到模式格点上的观测场。  $W_U$  代表数值模式五个基本变量的预报场与相应的观测场差值的协方差矩阵,  $W_P$  代表降水预报场与观测场差值的协方差矩阵。

目标函数中的  $W$  矩阵有两个作用：一个作用是使得目标函数中各个变量扰动的量级协调，能够正确反映各个变量的扰动在目标函数中所起的作用；另一个作用是它代表了观测场数据的可信赖程度 (Navon et al., 1992)。作为衡量模式预报场与观测场之间差值的协方差矩阵  $W$ ，通常与观测算子的协方差矩阵  $O$  有关，是通过研究观测场误差的协方差矩阵来确定的，在四维变分资料同化及最优化过程中是一个重要的变量。但是  $W$  矩阵的获得需要非常大的工作量，同时也是一项非常艰苦工作，需要很多气象工作者在这方面作出巨大努力。由于目前还没有比较有代表意义的  $W$  矩阵，在实际应用中很多人采用的  $W$  矩阵只是代表瞬时观测误差的矩阵 (Courtier and Talagrand, 1990; Navon et al. 1992)。

在本研究工作中，参考了 Navon et al. (1992) 的方法来确定  $W$  矩阵，取：

$$W_{U_k} = \text{Max}_{i,j,k} |(U_{i,j,k,T_a}^{obs} - U_{i,j,k,0}^{obs})|^2 \quad (4.5)$$

其中， $U_{i,j,k}^{obs}$  代表插值到数值模式格点后的观测场变量，下标  $T_a$  和 0 分别代表同化时间窗口和初始时刻。也就是说，通过  $T_a$  时刻和 0 时刻的观测场来确定所需要的  $W$  矩阵。

#### §4.1.4 同化时间窗口的选取

合理地选取同化时间窗口，是四维变分资料同化中有效利用观测场信息及计算机资源的基础。在实际四维同化过程或进行非线性优化研究时，如果时间窗口取的比较长，由于一次反向伴随模式的积分时间相当于 4-6 倍的正向非线性模式的积分时间，而在优化程序迭代中会不断调用伴随模式积分来计算梯度向量，这样，所需要的优化迭代时间会相当长，消耗大量的计算机资源；如果选取的时间窗口比较短，由于初始实际观测资料与数值模式本身在积分最初的一段时间会存在模式变量之间相协调的过程（通常称为 Spin-up），如果同化时间窗口与之重合，会增加计算不稳定。在下面的试验中，取同化时间窗口为 6 小时。

#### §4.1.5 梯度检验

对于目标函数梯度的检验，同样进行了大量个例的试验，下面给出利用两个实际天气个例对定义的目标函数梯度进行检验的结果。在进行梯度检验时，REM 模式的预报区域与第三章相同。

##### 试验设计

试验的主要目的是检验 REM 的伴随系统求得的目标函数的梯度是否正确。

试验所使用的资料是常规报文资料，两个个例分别是 2000 年 6 月 25 日 00 时和 2000 年 8 月 1 日 00 时的常规报文资料。

首先, 利用 00 时的实际天气观测数据作为初始场, 将 REM 模式积分 6 小时的预报结果作为同化窗口时间内的观测场。然后, 再在实际初始观测场上叠加一个误差, 取:

$$\begin{aligned} u &= u + 0.1u \\ v &= v + 0.1v \\ t &= T + 0.1t \\ q &= q + 0.1q \\ p_s &= p_s + 0.001p_s \end{aligned}$$

其中,  $t$  为温度场、 $u$ 、 $v$  为速度场,  $q$  为湿度场,  $p_s$  为地面气压。

将叠加了误差后的初始场作为 REM 模式的初始场, 积分 6 小时生成预报场, 再计算目标函数 (4.4) 的值并积分伴随模式计算目标函数的梯度, 利用求得的目标函数的梯度值计算出公式 (4.3) 中的  $H$ 。再乘以不同的扰动系数  $\alpha$ , 叠加到模式初始场上:

$$\begin{aligned} u &= u + 0.1u + \alpha H_u \\ v &= v + 0.1v + \alpha H_v \\ t &= T + 0.1t + \alpha H_t \\ q &= q + 0.1q + \alpha H_q \\ p_s &= p_s + 0.001p_s + \alpha H_{p_s} \end{aligned}$$

然后按检验公式 (4.3), 取扰动系数为  $10^{-3}$  到  $10^{-15}$  之间变化, 进行了目标函数的梯度检验。

#### §4.1.5.1 REM 模式动力框架部分

首先, 按试验设计的步骤, 对只用模式动力框架部分进行预报时的目标函数, 分别进行了 3 小时积分后的梯度检验和 6 小时积分后的梯度检验。

##### a. 个例一

用 2000 年 6 月 25 日 00 时的实际观测数据作为 REM 模式的初始场, 进行了目标函数的梯度检验。

--

表 1 2000 年 6 月 25 日 00 时 REM 模式动力框架部分积分 3 小时的目标函数梯度检验

--

表 2 2000 年 6 月 25 日 00 时 REM 模式动力框架部分积分 6 小时的目标函数梯度检验

**b. 个例二**

用 2000 年 8 月 1 日 00 时的实际观测数据作为 REM 模式的初始场, 进行了目标函数的梯度检验。

--

表 3 2000 年 8 月 1 日 00 时 REM 模式动力框架部分积分 3 小时的目标函数梯度检验

--

表 4 2000 年 8 月 1 日 00 时 REM 模式动力框架部分积分 6 小时的目标函数梯度检验

通过以上两个个例, 对只用模式动力框架部分计算目标函数时的梯度进行了检验, 结果表明, 随着扰动系数的减小, 检验公式中比值  $R$  逐渐趋近于 1.0, 然后随着计算机舍入误差的增加,  $R$  值又逐渐远离 1.0。检验结果符合检验规律, 利用动力框架部分伴随模式求出的目标函数的梯度是正确的。

**§4.1.5.2 REM 模式**

在大量个例试验基础上, 同样给出利用上面的两个天气个例, 对使用包含全部物理过程的 REM 模式进行预报时目标函数梯度检验。分别进行了 3 小时积分梯度检验和 6 小时积分梯度检验。

**a. 个例一**

用 2000 年 6 月 25 日 00 时的实际观测数据作为 REM 模式的初始场, 进行了目标函数的梯度检验。

--

表 5 2000 年 6 月 25 日 00 时 REM 模式积分 3 小时的目标函数梯度检验

--

表 6 2000 年 6 月 25 日 00 时 REM 模式积分 6 小时的目标函数梯度检验

b. 个例二

用 2000 年 8 月 1 日 00 时的实际观测数据作为 REM 模式的初始场,进行了目标函数的梯度检验。



表 7 2000 年 8 月 1 日 00 时 REM 模式积分 3 小时的目标函数梯度检验



表 8 2000 年 8 月 1 日 00 时 REM 模式积分 6 小时的目标函数梯度检验

通过以上给出的两个个例,对包含所有物理过程模式计算目标函数时的梯度进行了检验,结果表明,随着扰动系数的减小,检验公式中比值 R 逐渐趋近于 1.0,然后随着计算机舍入误差的增加,R 值又逐渐远离 1.0。检验结果符合检验规律,利用包含所有物理过程后的伴随模式求出的目标函数的梯度是正确的。

### §4.1.5.3 梯度检验部分小结

从上面两部分对目标函数梯度的检验结果来看,检验结果符合给出的检验规律,利用 REM 模式的伴随模式可以找到目标函数的正确梯度,再次验证对 REM 模式切线性模式和伴随模式的编写是成功的。

在动力框架部分目标函数的检验中,其检验结果严格按照检验规律,随着扰动系数的变化,检验公式中 R 值趋向 1.0 的变化是连续的,检验结果中 0 或 9 的位数呈抛物线形式。

加上所有物理过程后,在对目标函数的梯度检验结果中,随着扰动系数的变化,R 值的变化有一个突然向 1.0 变化的现象,然后,检验结果中 0 或 9 的位数才按抛物线规律变化。这同样体现了模式中“on-off”过程作用的影响,由于物理过程部分子程序中包含“on-off”过程,使得非线性模式本身的变量不连续。

## §4.2 理想观测场的非线性优化试验

完成对目标函数梯度的正确性检验后,下面,利用 REM 模式生成理想观测场,进行理想场的非线性优化试验,这样可以对四维变分同化及进行非线性优化的整个过程进行设计和检验,从而可以发现程序设计中的问题。目标函数取为公式 (4.4) 形式。



### §4.2.1 非线性优化程序

本文进行非线性优化试验中采用的优化程序是 L-BFGS-B 程序。该程序是由美国西北大学电子工程与计算机科学系开发并发展。其思路是利用有限内存算法 (Limited Memory Algorithm), 也就是准牛顿方法 (Quasi-Newton Method) 来解决大规模的非线性优化问题, 特别是遇到解 Hessian 矩阵比较困难时, 该程序有比较好的表现。L-BFGS-B 程序同时还可以用来解决有约束优化及无约束优化问题。

优化程序停止的条件有两个, 一个是当目标函数值小于给定的收敛阈值, 另一个条件是优化程序运行达到 100 次。在本文中, 同样采用这两个优化程序停止条件, 目标函数的收敛阈值取为  $1.0 \times 10^{-5}$ 。

### §4.2.2 无量纲化

模式变量的量纲在无约束的最优化过程是一个非常重要的因素 (Gill, et al, 1981), 在中尺度数值预报模式中, 模式中的基本变量之间的量级是不同的。在 REM 模式中, 有五个基本模式变量, 温度场 (T)、水平风场 (U, V)、水汽场 (Q) 和地面气压场 ( $P_s$ ), 它们的量级分别是  $T - 10^2, U - 10^1, V - 10^1, Q - 10^{-2}, P_s - 10^3$ 。在进行非线性优化过程中, 如果没有正确考虑模式变量之间的量级, 会对目标函数的梯度方向产生影响, 从而影响非线性优化程序的搜索方向, 使目标函数的收敛速度减慢甚至不收敛。因些在非线形优化过程中, 要对模式变量进行无量纲化处理:

$$\begin{aligned} U^s &= \frac{U}{S} \\ G^s &= G \cdot S \\ H^s &= S \cdot H \cdot S \end{aligned} \quad (4.6)$$

其中, U 代表数值模式的基本变量, S 代表数值模式基本变量的量纲矩阵, G 代表数值模式基本变量的梯度场矩阵, H 代表 Hessian 矩阵。

量纲矩阵 S 的确定也要考虑代表目标函数中预报场与观测场之间偏差的协方差矩阵 W 的作用, 本研究中参考 Navon et al. (1992) 中的公式, 取:

$$S_{U_k} = \text{Max}_{i,j,k} |U_{i,j,k,T_a}^{obs} - U_{i,j,k,0}^{obs}| \quad (4.7)$$

其中, 上标 *obs* 代表插到数值模式格点上的观测变量,  $T_a$  为同化时间窗口。

### §4.2.3 试验设计

本试验的主要目的是利用数值模式生成的理想观测场进行非线性优化, 通过试验可以验证对四维变分资料同化及非线性优化过程的设计是否正确, 从而发现程序设计及编写中的错误。在大量个例试验的基础上, 下面给出两个试验个例的结果。

试验所采用的初始场资料是 2000 年 6 月 25 日 00 时和 2002 年 6 月 19 日 00 时的报文观测资料。

在进行实验研究时, 利用 REM 模式生成了研究所需要的 6 小时“观测场”和模式预报场。首先, 利用 00 时的实际天气观测数据作为初始场, 将 REM 模式积分 6 小时的预报结果作为同化窗口时间内的观测场。然后, 再在实际初始观测场上叠加一个误差, 作为 REM 模式的初始场, 初始场误差的叠加与上一节梯度检验时取法一致, 再积分 REM 模式 6 小时后作为模式的预报场, 然后计算出目标函数值, 代入非线性优化程序进行优化试验。

详细可分为以下几步进行:

1. 利用 00 时的实际观测场作为模式初始场, 将 REM 模式积分 6 小时预报结果作为理想观测场
2. 计算 W 矩阵和 S 矩阵
3. 在 00 时的实际观测场上叠加一个误差
4. 用 REM 模式进行积分, 得到预报场并计算目标函数值
5. 积分伴随模式计算目标函数的梯度
6. 将目标函数值和目标函数的梯度送入 L-BFGS 程序
7. 利用优化得到的新的初始场, 积分 REM 模式进行预报
8. 重复上述步骤 4 - 7, 直到优化程序正常结束, 得到最优模式初始场

#### §4.2.4 个例实验

下面, 利用试验设计中给出的两个实际天气个例, 按照上面给出的方法进行了理想场的非线性化试验, 并给出了目标函数及目标函数梯度的下降曲线。

##### a. 2000 年 6 月 25 日的天气个例

目标函数的变化曲线如图:

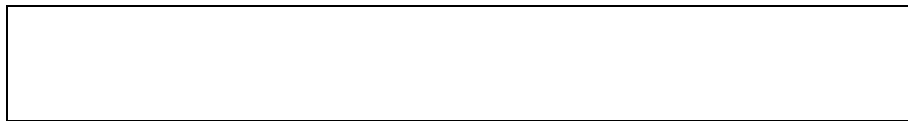


图 1a 2000 年 6 月 25 日 00 时目标函数的下降曲线

从目标函数的下降曲线可以看到, 在非线性优化过程的前 30 次搜索过程, 目标函数的曲线下降比较快, 到第 18 次搜索时, 目标函数的值相对于初始值已经下降了一个量级。到 30 次搜索以后, 目标函数曲线的下降相对比较慢, 从实际应用的角度看, 可以认为前 30 步是有效率的最优初始场搜索过程。

目标函数梯度的变化曲线如图:

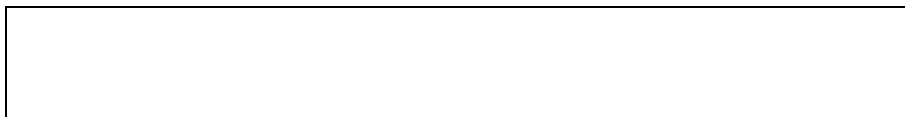


图 1b 2000 年 6 月 25 日 00 时目标函数梯度的下降曲线

从目标函数梯度的变化曲线来看，随着目标函数值的下降，目标函数梯度的值也在逐渐下降，在前 30 步的搜索过程中，梯度的变化也比较大，下降了一个多量级。到 30 步以后，目标函数的梯度变化则比较平稳。

**b. 2002 年 6 月 19 日的天气个例**

目标函数的变化曲线如图：



图 2a 2002 年 6 月 19 日 00 时目标函数的下降曲线

在这个个例的目标函数下降曲线上可以看到，在非线性优化过程的前 35 次搜寻过程，目标函数的曲线下降比较快，到第 34 次搜索时，目标函数的值相对于初始值已经下降了一个量级。到 35 次搜索以后，目标函数曲线的下降相对比较慢，从实际应用的角度看，可以认为前 40 步是有效率的最优初始场搜索过程。

目标函数梯度的变化曲线如图：

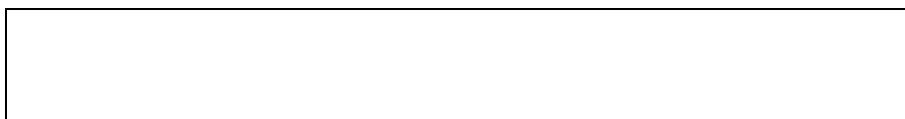


图 2b 2002 年 6 月 19 日 00 时目标函数梯度的下降曲线

从目标函数梯度的变化曲线来看，随着目标函数值的下降，目标函数梯度的值也在逐渐下降，在前 5 步的搜索过程中，梯度的变化最大，在前 35 步搜索，目标函数梯度下降了一个多量级。到 35 步以后，目标函数的梯度变化则比较平稳。

从以上给出的两个实际天气个例的理想场非线性优化试验来看，在非线性优化的前 40 步，目标函数的值都下降了一个多量级，目标函数的梯度也下降了一个多量级，说明 REM 模式的伴随系统编写是成功的，可以有效地找到目标函数的梯度，并能够找到数值模式理想初始场，利用 REM 模式的伴随系统进行四维变分资料同化试验的设计也是可行的。

### §4.3 本章小结

本章在伴随模式检验正确的基础上，定义了目标函数，利用 REM 模式的伴随模式对目标函数的梯度进行了检验，检验结果符合给出的检验公式，进一步验证了对 REM 模式的切线性模式和伴随模式的编写是正确的。

在目标函数梯度检验正确后,设计了利用 REM 数值模式生成的理想观测场进行四维变分资料同化及非线性优化的流程,并利用两个实际天气个例进行了理想观测场的非线性优化试验。从试验结果来看,两个个例在非线性优化的前 40 步,目标函数的值都下降了一个多量级,目标函数的梯度也下降了一个多量级,利用 REM 模式的伴随模式可以有效地找到目标函数的梯度并能够找到数值模式理想初始场,对四维变分资料同化及非线性优化的设计流程是可行的。

## 第四章的附表

用 REM 模式动力框架部分积分时目标函数的梯度检验, 个例一

表 1 2000 年 6 月 25 日 00 时 REM 模式动力框架部分  
积分 3 小时目标函数的梯度检验

扰动系数	梯度检验
$10^{-3}$	1.673426754511123
$10^{-4}$	1.067342675453533
$10^{-5}$	1.006734267558711
$10^{-6}$	1.000673426829206
$10^{-7}$	1.000067342235524
$10^{-8}$	1.000006730388186
$10^{-9}$	1.000000641778939
$10^{-10}$	0.9999998543840059
$10^{-11}$	0.9999984761813515
$10^{-12}$	0.9999734092581955
$10^{-13}$	0.9997507725723597
$10^{-14}$	0.9971506384376761
$10^{-15}$	0.9731618901172190

表 2 2000 年 6 月 25 日 00 时 REM 模式动力框架部分  
积分 6 小时目标函数的梯度检验

扰动系数	梯度检验
$10^{-3}$	1.500781932131500
$10^{-4}$	1.050078193212365
$10^{-5}$	1.005007819311845
$10^{-6}$	1.000500781969694
$10^{-7}$	1.000050076954398
$10^{-8}$	1.000004996591630
$10^{-9}$	1.000000376252268
$10^{-10}$	0.9999990518500473
$10^{-11}$	0.9999926173013963
$10^{-12}$	0.9999072760201720
$10^{-13}$	0.9991256222341979
$10^{-14}$	0.9908914340362552
$10^{-15}$	0.9073675227977576

用 REM 模式动力框架部分积分时目标函数的梯度检验, 个例二

表 3 2000 年 8 月 1 日 00 时 REM 模式动力框架部分  
积分 3 小时目标函数的梯度检验

扰动系数	梯度检验
$10^{-3}$	2.125274112553573
$10^{-4}$	1.112527411254495
$10^{-5}$	1.011252741123344
$10^{-6}$	1.001125274102377
$10^{-7}$	1.000112527561280
$10^{-8}$	1.000011250642528
$10^{-9}$	1.000001121745582
$10^{-10}$	1.000000217585949
$10^{-11}$	0.9999996289016275
$10^{-12}$	0.9999941461705939
$10^{-13}$	0.9999535324610630
$10^{-14}$	0.9995947740351042
$10^{-15}$	0.9934431676694965

表 4 2000 年 8 月 1 日 00 时 REM 模式动力框架部分  
积分 6 小时目标函数的梯度检验

扰动系数	梯度检验
$10^{-3}$	1.863903910411670
$10^{-4}$	1.086390391041144
$10^{-5}$	1.008639039104326
$10^{-6}$	1.000863903965314
$10^{-7}$	1.000086390249832
$10^{-8}$	1.000008639648293
$10^{-9}$	1.000000852710894
$10^{-10}$	0.999999749765379
$10^{-11}$	0.9999989636673314
$10^{-12}$	0.9999987404194799
$10^{-13}$	1.000001293349456
$10^{-14}$	1.000277486903473
$10^{-15}$	1.004156017758068

## 用 REM 模式积分时目标函数的梯度检验, 个例一

表 5 2000 年 6 月 25 日 00 时 REM 模式  
积分 3 小时目标函数的梯度检验

扰动系数	梯度检验
$10^{-3}$	0.9110021033045539
$10^{-4}$	0.5668009288608525
$10^{-5}$	2.765802877357893
$10^{-6}$	12.37391313564795
$10^{-7}$	0.9951994476874019
$10^{-8}$	1.000002327130341
$10^{-9}$	1.000000082764468
$10^{-10}$	1.000001620539833
$10^{-11}$	0.9999845359757289
$10^{-12}$	1.000490556222440
$10^{-13}$	1.000214967298909
$10^{-14}$	0.9870804750039371
$10^{-15}$	1.054623042847903

表 6 2000 年 6 月 25 日 00 时 REM 模式  
积分 6 小时目标函数的梯度检验

扰动系数	梯度检验
$10^{-3}$	0.1596400824702615
$10^{-4}$	-0.1560636225656181
$10^{-5}$	-2.243309460004021
$10^{-6}$	0.0144216905421128
$10^{-7}$	19.56378462454570
$10^{-8}$	0.9960293298939181
$10^{-9}$	1.017617625117375
$10^{-10}$	1.000000885506630
$10^{-11}$	1.000016515093965
$10^{-12}$	1.000027443284019
$10^{-13}$	1.004207324092256
$10^{-14}$	1.016470801334036
$10^{-15}$	1.020868367755654

用 REM 模式积分时目标函数的梯度检验, 个例二

表 7 2000 年 8 月 1 日 00 时 REM 模式  
积分 3 小时目标函数的梯度检验

扰动系数	梯度检验
$10^{-3}$	1.066572435253790
$10^{-4}$	1.022401587198573
$10^{-5}$	1.093584567426960
$10^{-6}$	0.9834297409726299
$10^{-7}$	0.4704364029682531
$10^{-8}$	0.0178027097550951
$10^{-9}$	1.000000079619338
$10^{-10}$	1.000000902796141
$10^{-11}$	0.9999951049173800
$10^{-12}$	0.9996109049171643
$10^{-13}$	0.9985940842994683
$10^{-14}$	1.010931253668439
$10^{-15}$	0.9872785004058207

表 8 2000 年 8 月 1 日 00 时 REM 模式  
积分 6 小时目标函数的梯度检验

扰动系数	梯度检验
$10^{-3}$	0.8451757699825558
$10^{-4}$	0.4581165648848426
$10^{-5}$	1.012488410921912
$10^{-6}$	1.071148887329032
$10^{-7}$	1.073908022129093
$10^{-8}$	1.096992779597963
$10^{-9}$	1.000000138166309
$10^{-10}$	1.000016828124916
$10^{-11}$	0.9999959767044237
$10^{-12}$	1.000173136286195
$10^{-13}$	0.9907965541150768
$10^{-14}$	0.9853935445283629
$10^{-15}$	0.6902785857694994



### 第四章的附图

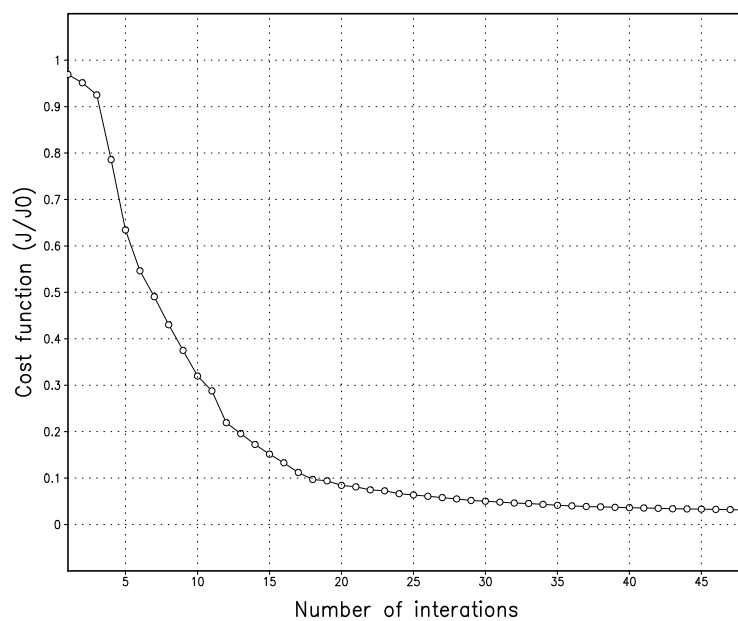


图 1a 2000 年 6 月 25 日 00 时目标函数的下降曲线

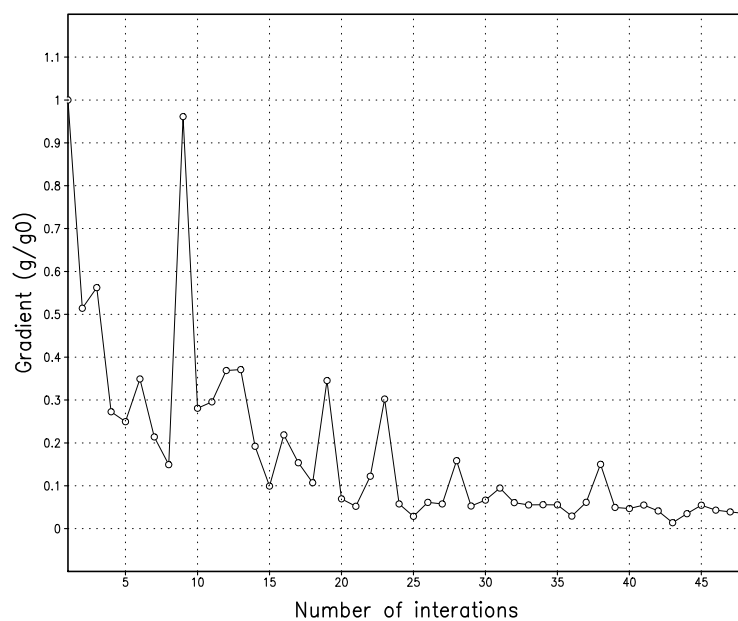


图 1b 2000 年 6 月 25 日 00 时目标函数梯度的下降曲线

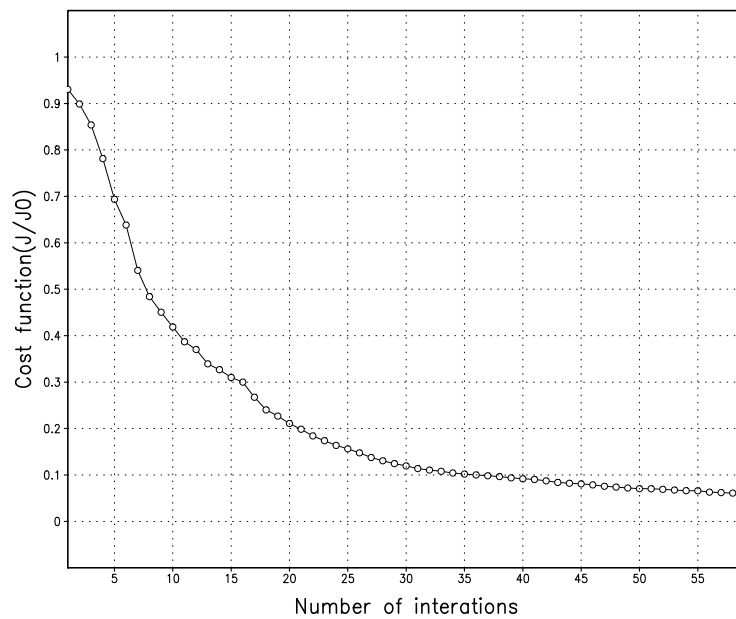


图 2a 2002 年 6 月 19 日 00 时目标函数的下降曲线

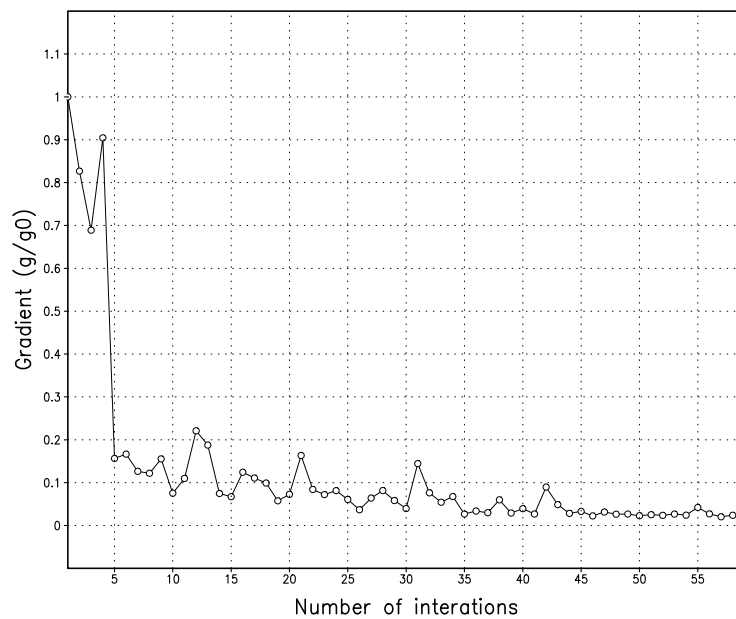


图 2b 2002 年 6 月 19 日 00 时目标函数梯度的下降曲线

## 第五章 四维变分资料同化试验

本章利用 REM 模式的伴随系统, 使用实际天气个例进行了四维变分资料同化试验, 并利用同化得到的数值模式初始场进行了延伸预报。所选天气个例为 1998 年 6 月 8 日 00 时到 6 月 9 日 00 时 (所用时间均为世界时), 和 2000 年 8 月 1 日 00 时至 8 月 2 日 00 时的两个天气过程。

### §5.1 试验设计

本试验的主要目的是利用 REM 模式的伴随系统, 进行实际天气个例的四维变分资料同化试验, 并利用四维变分资料同化得到的初始场进行了延伸预报。

试验所使用的观测场资料为常规获得的报文资料, 观测时次为每天 00 时和 12 时两个时次。

试验中, REM 模式水平格点取为 (41, 61), 水平格距取为  $0.5^\circ$ , 模式区域的左上角经纬度值分别取为 ( $105^\circ\text{E}$ ,  $40^\circ\text{N}$ )。垂直  $\eta$  层取为 20 层, 为均匀分布。

目标函数取为以下形式:

$$J(U_0) = \frac{1}{2}(M_{T_a}(U_0) - U_{T_a}^{obs})^T W^{-1}(M_{T_a}(U_0) - U_{T_a}^{obs}) \quad (5.1)$$

其中,  $M_{T_a}(U_0)$  代表中小尺度数值模式 REM,  $U$  代表我们气象上通常的物理量场, 在 REM 模式中的基本变量有五个, 温度场 ( $T$ )、水平风场 ( $U, V$ )、水汽场 ( $Q$ ) 和地面气压场 ( $P_s$ )。上标  $obs$  代表插值到模式格点上的观测场。

由于常规报文观测资料为 12 小时间隔, 试验中取 06 时 - 12 时为同化时间窗口,  $T_a$  取为 12 时, 先将数值模式积分 6 小时后作为四维变分资料同化的初猜场, 再将数值模式积分 6 小时, 利用 12 时的报文观测场进行变分资料同化试验。这里, 由于 12 时的观测场中降水为 24 小时累积降水量, 故目标函数中没有考虑同化降水资料。

进行四维变分资料同化后, 使用同化后的初始场作了 06 时到第二天 00 时的预报。

### §5.2 个例一

#### §5.2.1 天气过程

在 1998 年 06 月 08 日 00 时的 500mb 温度场上, 西北地区和辽东半岛为冷中心, 河北和山西地区为一暖中心, 长江以南地区则为暖区。到 8 日 12 时, 西北地区的冷中心略向东移, 河北与山西的暖中心则与长江南部的暖区合并, 中国大部分地区为暖区控制。到 9 日 00 时, 西北地区的冷中心加强东进, 东部的暖中心减弱东移。如图 1。



图 1 500mb 温度观测场

a. 6 月 8 日 00 时 b. 6 月 8 日 12 时 c. 6 月 9 日 00 时

从 1998 年 06 月 08 日 00 时的 500mb 位势高度场图上看, 在渤海以北有一低压, 低压槽沿黄河流域向西南延伸, 在河南地区的低压槽中有一弱的低压中心, 长江以南为平直西风。到 8 日 12 时, 河南地区的弱低压中心与东北地区的低压系统合并并发展东移, 河北地区为一高压脊, 山东与河南地区为一低压槽。到 9 日 00 时, 山东与河南地区的低压槽移到海面上, 黄河河套地区有低压槽移进并发展。如图 2。



图 2 500mb 位势高度观测场

a. 6 月 8 日 00 时 b. 6 月 8 日 12 时 c. 6 月 9 日 00 时

在 1998 年 06 月 08 日 00 时的 700mb 的温度场上, 山西地区和黄河中游有一弱的冷中心, 辽东半岛为冷中心, 并有温度冷槽沿黄河流域延伸, 江苏以北到山东半岛为暖中心控制。到 8 日 12 时, 冷中心仍位于辽东半岛, 温度槽一直延伸在长江以北的中国地区, 江苏以北的暖中心移到了海上。到 9 日 00 时, 辽东半岛的冷中心开始减弱, 中心位置向东移动。如图 3。



图 3 700mb 温度观测场

a. 6 月 8 日 00 时 b. 6 月 8 日 12 时 c. 6 月 9 日 00 时

在 1998 年 06 月 08 日 00 时的 700mb 的位势高度场图上, 低压系统比较明显, 在河南地区有一低压中心。到 8 日 12 时, 河南地区的低压减弱东移。到 9 日 00 时, 低压继续减弱, 中心移到安徽地区。如图 4。



图 4 700mb 位势高度观测场

a. 6 月 8 日 00 时 b. 6 月 8 日 12 时 c. 6 月 9 日 00 时

从所选时段的观测场上看, 这是一个低压系统发展东移的天气过程。从 6 月 9 日 00 时 24 小时累积降水图上可以看到, 受低压系统影响, 在长江以南和华南产生大面

积降水,降水中心位于(119°E, 26.5°N)附近,降水中心强度为80mm。

### §5.2.2 四维变分资料同化试验

取目标函数如公式(5.1),将REM模式从6月8日00时开始积分6小时后的输出结果作为初猜场,利用6月8日12时的观测资料,进行了四维变分资料同化试验。非线性优化程序的选取和目标函数中W矩阵及量纲矩阵S的计算方法同第四章。

图5给出了目标函数和梯度的下降曲线。



图5 目标函数和目标函数梯度的下降曲线

### §5.2.3 四维变分资料同化后预报效果的比较

利用四维变分资料同化后得到的最优初始场进行了6月8日06时到6月9日00时的预报,并分别在同化时间窗口结束时间6月8日12时,和延伸预报结束时间6月9日00时,将变分同化前后的预报结果与观测场在200mb、500mb、700mb三个气压面上进行了比较分析。

#### §5.2.3.1 同化时间窗口结束时刻的预报效果

从6月8日12时200mb温度场上可以看到,对于渤海湾西部的温度槽,同化前的预报结果在模式区域北边全是低温区,对于该槽的位置没有预报出来,在长江中游地区由于暖中心形成的暖脊,在同化前的模式预报结果中也没有。而在同化后的预报结果中,这两个地方的预报都有改善,渤海湾西边的温度槽位置与观测场完全相同,长江中游的温度暖脊也明显预报了出来。如图6。在500mb温度场上,对于西北地区的温度槽,同化前的预报场没有预报出来,由于固定边界的原因,海上的低温中心没有移出模式区域,温度暖脊的形势也没有预报出来,而变分同化后的预报结果在这两方面都有明显更接近于观测,如图7。在700mb温度场上,渤海地区的低温中心在同化前预报结果中同样没有移出模式区域,同化后的预报结果对这方面有改善,如图8。



图6 1998年6月8日12时200mb温度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较



图 7 1998 年 6 月 8 日 12 时 500mb 温度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

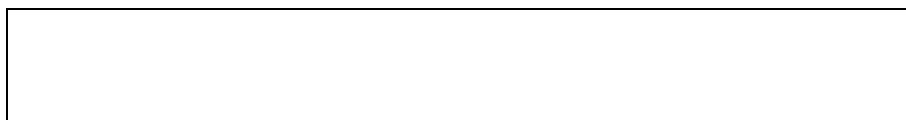


图 8 1998 年 6 月 8 日 12 时 700mb 温度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

位势高度场的预报结果基本与温度场的预报结果相对应,从 6 月 8 日 12 时 200mb 位势高度场上可以看到,同化前的预报结果在模式东边界有波的堆积,形势场整体偏弱,四维变分同化后的预报则没有了模式东边界的堆积,同时对形势场的预报明显加强,但仍弱于实际观测场,如图 9。在 500mb 位势高度场上,同化前的预报结果同样存在边界效应,低压中心没有移出模式区域,四维变分资料同化后,对于东边界和位势场强度的预报都有改善,如图 10。在 700mb 位势高度场上,四维变分资料同化后预报出了长江北边的低压中心的位置,只是低压系统的强度略强于观测场,同化前的预报场中则没有该低压中心,如图 11。

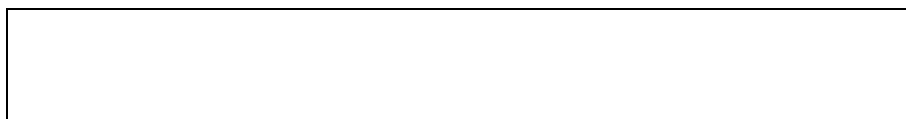


图 9 1998 年 6 月 8 日 12 时 200mb 位势高度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

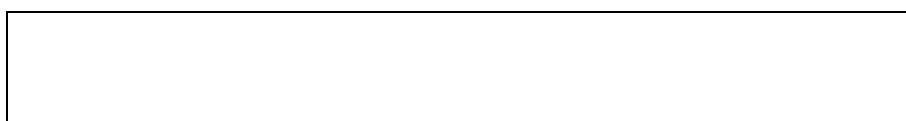


图 10 1998 年 6 月 8 日 12 时 500mb 位势高度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较



图 11 1998 年 6 月 8 日 12 时 700mb 位势高度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

四维变分资料同化后,对风场的预报与观测场也比较接近,尤其是对中低层气流的强度和方向的预报,都明显好于同化前的预报,如图 12,图 13,图 14。



图 12 1998 年 6 月 8 日 12 时 200mb 风场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

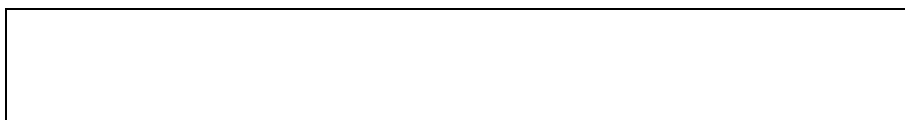


图 13 1998 年 6 月 8 日 12 时 500mb 风场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较



图 14 1998 年 6 月 8 日 12 时 700mb 风场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

四维变分资料同化后对湿度场的预报结果与观测场几乎完全相同, 在 700mb 湿度场上, 山东半岛以南有一个干中心, 同化前的预报位置偏北, 中心强度大于观测场, 四维变分资料同化后其强度和位置的预报与观测完全相同, 同化前的预报场在湖南地区存在一些小的湿度中心, 四维变分资料同化后, 也完全消除了这些错误的预报, 如图 15。



图 15 1998 年 6 月 8 日 12 时 700mb 湿度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

从温度场、位势高度场、风场和湿度场的预报效果来看, 进行四维变分资料同化后, REM 模式在变分同化时间窗口结束时刻的预报效果明显比同化前更接近观测场。

### §5.2.3.2 延伸预报时段的预报效果

在 200mb 温度场上, 同化前对长江流域的温度暖脊预报不明显, 预报场整体偏弱, 进行四维变分资料同化后在这两方面要好于同化前, 如图 16。在 500mb 温度场上, 同化前预报结果中冷中心仍存在模式预报区域中, 对预报区域西边的冷中心没有预报出来, 温度暖脊的强度和范围偏弱, 进行四维变分资料同化后, 预报结果在这几方面更接近观测, 如图 17。在 700mb 温度场上, 四维变分资料同化后的预报场则明显预报出了山东半岛处的暖舌, 如图 18。



图 16 1998 年 6 月 9 日 00 时 200mb 温度场  
延伸预报时段预报效果的比较

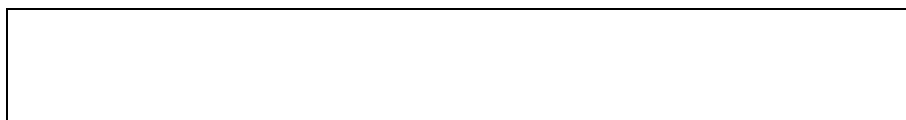


图 17 1998 年 6 月 9 日 00 时 500mb 温度场  
延伸预报时段预报效果的比较



图 18 1998 年 6 月 9 日 00 时 700mb 温度场  
延伸预报时段预报效果的比较

位势高度场的预报结果，在 200mb 位势高度场上可以看到，同化前模式东边界有波的堆积，形势场整体偏弱，四维变分资料同化后的预报结果消除了模式东边界的堆积，对形势场的预报明显加强，如图 19。在 500mb 位势高度场上，同化前的预报结果同样在东边界存在堆积，低压中心仍在模式区域内，四维变分资料同化后，对于黄河下游的脊线位置及整个位势场的强度预报，都有了明显的改善，如图 20。在 700mb 位势高度场上，同化前长江北边的低压中心没有预报出来，同化后则预报了出来，只是低压系统强度略强于观测场，如图 21。



图 19 1998 年 6 月 9 日 00 时 200mb 位势高度场  
延伸预报时段预报效果的比较



图 20 1998 年 6 月 9 日 00 时 500mb 位势高度场  
延伸预报时段预报效果的比较





图 21 1998 年 6 月 9 日 00 时 700mb 位势高度场

延伸预报时段预报效果的比较

在延伸预报时段，四维变分资料同化后对风场的预报改善同样体现在对中低层气流的强度和方向预报上，明显好于同化前的预报，如图 22，图 23，图 24。



图 22 1998 年 6 月 9 日 00 时 200mb 风场

延伸预报时段预报效果的比较

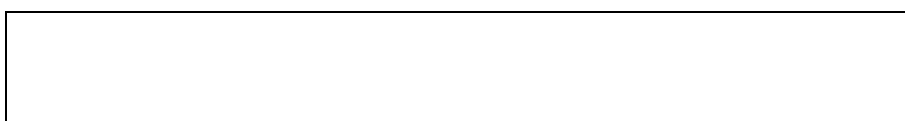


图 23 1998 年 6 月 9 日 00 时 500mb 风场

延伸预报时段预报效果的比较



图 24 1998 年 6 月 9 日 00 时 700mb 风场

延伸预报时段预报效果的比较

在延伸预报时段，四维变分资料同化后对于湿度场的预报明显优于同化前的预报。在 700mb 湿度场上，观测场在山东半岛以南有一个干中心，同化前的预报结果没有该中心，而同化后的预报结果则预报了出来，只是位置偏南，中心强度大于观测场。长江以南的湿度场，变分同化前的预报偏弱，并存在一些扰动中心，而变分同化后的预报结果则与观测场基本一致，如图 25。



图 25 1998 年 6 月 9 日 00 时 700mb 湿度场

延伸预报时段预报效果的比较

到延伸预报时段结束，对于降水场的预报也进行了比较。从 9 日 00 时 24 小时累积降水量的观测场上看，在  $117 - 119^{\circ}\text{E}$ ,  $26.5^{\circ}\text{N}$  有一降水区域，中心位于  $119^{\circ}\text{E}$ ,  $26.5^{\circ}\text{N}$ ，强度达 80mm。在同化前的预报场上，降水区域位于  $112 - 118^{\circ}\text{E}$ ,  $27^{\circ}\text{N}$ ，中心位于  $113^{\circ}\text{E}$ ,  $27^{\circ}\text{N}$ ，中心强度达 110mm。变分同化后的降水预报范围则与观测场基本相同，而且降水中心的位置  $120^{\circ}\text{E}$ ,  $28^{\circ}\text{N}$ ，明显好于同化前。只是同化后降水中心的强度仍弱于观测场。变分同化后在海上还有一个强降水中心，由于没有观测，无法验证。如图

26 所示。



图 26 1998 年 6 月 9 日 00 时 24 小时累积降水场  
预报效果的比较

从延伸预报时候的预报效果来看, 进行四维变分资料同化后, 数值模式对温度场、位势高度场、风场、湿度场和 24 小时累积降水量的预报效果相对于同化前都有明显改善, 四维变分资料同化是成功的。

从个例一的四维变分资料同化效果来看, 在变分同化时间窗口结束时刻及在延伸预报时段最终时刻, 进行四维变分同化后, REM 模式的预报结果都要明显比同化前的预报效果好, 更加接近于实际观测场。在这个个例的数值试验中, 可以认为四维变分资料同化发挥了有效的作用, 使得数值模式在延伸预报时段的预报效果提高。

## §5.3 个例二

### §5.3.1 天气过程

在这个个例中, 从 2000 年 08 月 01 日 00 时的 500mb 温度场上看, 我国大部分地区为一暖中心控制, 在河北和宁夏地区有一冷中心, 处于模式区域的北边界。到 1 日 12 时, 暖中心的强度和位置没有变化, 西北地区的冷中心加强东进, 东北地区的冷中心已经移出模式区域。到 2 日 00 时, 暖中心的强度和位置没有变化, 冷中心加强, 移到暖中心的东北面。如图 27。

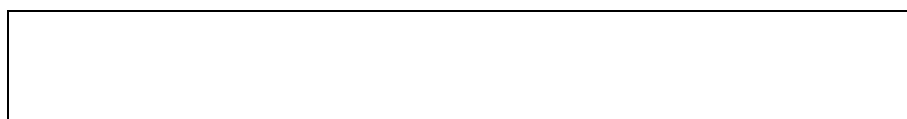


图 27 500mb 温度观测场

a. 8 月 1 日 00 时 b. 8 月 1 日 12 时 c. 8 月 2 日 00 时

从 2000 年 08 月 01 日 00 时的 500mb 位势高度场上看, 我国大部分地区为一高压脊控制, 在我国东北和西北地区, 为两个低压系统。到 1 日 12 时, 控制我国大部分地区的高压脊向东移动, 西北地区的低压系统发展加强。到 2 日 00 时, 高压脊继续向东移动, 西北地区的低压系统发展东移。如图 28。



图 28 500mb 位势高度观测场

a. 8月1日00时 b. 8月1日12时 c. 8月2日00时

从2000年08月01日00时的700mb温度场上,东北地区的冷中心从山东半岛伸出一个冷槽,一直占据中国东部大部分地区。到1日12时,在我国北方为两个冷中心夹一个暖中心,长江以南为暖区控制,到2日00时,在河北和山西地区有一个冷中心,长江流域及以南为暖区控制,如图29。



图29 700mb 温度观测场

a. 8月1日00时 b. 8月1日12时 c. 8月2日00时

从2000年08月01日00时的700mb的位势高度场上看,高压系统在700mb有两个中心,到1日12时,高压中心移到渤海湾,西北地区的低压槽加强。到2日00时,高压中心仍在渤海湾,在陕西地区有一小高压脊。如图30。



图30 700mb 位势高度观测场

a. 8月1日00时 b. 8月1日12时 c. 8月2日00时

在8月2日00时的24小时累积降水图上,在浙江南部和四川有两个弱的降水中心,中心强度分别为40mm和30mm。从所选时段的观测场看,这个天气过程为中国西北部地区低压槽发展移动的过程。

### §5.3.2 四维变分资料同化试验

同个例一,取目标函数如公式(5.1),将REM模式从8月1日00时开始积分6小时后的输出结果作为初猜场,利用8月1日12时的观测资料,进行了四维变分资料同化试验。非线性优化程序的选取和目标函数中W矩阵及量纲矩阵S的计算方法同第四章。

图31给出了目标函数和梯度的下降曲线。

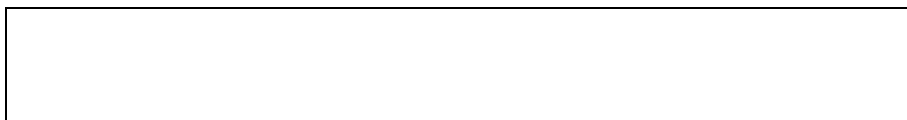


图31 目标函数和目标函数梯度的下降曲线

### §5.3.3 四维变分资料同化后预报效果的比较

利用四维变分资料同化后得到的最优初始场进行了8月1日06时到8月2日00时

的预报,并分别在同化时间窗口结束时间 8 月 1 日 12 时,和延伸预报结束时间 8 月 2 日 00 时,将同化前后的预报结果与观测场进行了比较。下面分别在 200mb、500mb、700mb 三个气压面上将变分同化前后的预报结果与观测场进行了比较分析。

### §5.3.3.1 同化时间窗口结束时刻的预报效果

在 8 月 1 日 12 时 200mb 温度场上可以看到,位于山东和安徽的一对冷暖中心,同化前的预报结果没有预报出来,同化后明显预报了出来。如图 32。在 500mb 温度场上,对于西北地区的温度槽和黄河中游的暖中心,同化前的预报没有报出来,暖中心位置的预报偏离太远,而同化后则准确预报出了温度槽,如图 33。在 700mb 温度场上,对于冷暖中心位置与强度的预报都明显好于同化前,如图 34。



图 32 2000 年 8 月 1 日 12 时 200mb 温度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较



图 33 2000 年 8 月 1 日 12 时 500mb 温度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较



图 34 2000 年 8 月 1 日 12 时 700mb 温度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

位势高度场的预报结果基本与温度场的预报结果相对应,在 8 月 1 日 12 时 200mb 位势高度场上可以看到,同化前模式东边界有波的堆积,河北地区高压脊的预报没有体现,四维变分同化后,预报结果在这两个地方明显优于同化前,如图 35。在 500mb 位势高度场上,模式区域东部的低压没有移出,西北地区的槽线在同化前的预报结果偏西,四维变分同化后,对槽线位置和脊线强度的预报都与观测基本相同,如图 36。在 700mb 位势高度场上,四维变分资料同化后的预报也有改善,如图 37。



图 35 2000 年 8 月 1 日 12 时 200mb 位势高度场

同化时间窗口结束时刻预报效果的比较



图 36 2000 年 8 月 1 日 12 时 500mb 位势高度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较



图 37 2000 年 8 月 1 日 12 时 700mb 位势高度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

在这个个例中，四维变分资料同化后对风场的预报效果改善也十分明显，由于四维变分资料同化后的预报对西部槽线位置预报准确，使得整个流场形势也明显好于同化前的预报。如图 38，图 39，图 40。



图 38 2000 年 8 月 1 日 12 时 200mb 风场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较



图 39 2000 年 8 月 1 日 12 时 500mb 风场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较



图 40 2000 年 8 月 1 日 12 时 700mb 风场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

四维变分资料同化后湿度场的预报结果与观测场几乎完全相同，在 700mb 湿度场上，山东和河南交界处有一个干中心，同化前的预报位置偏于沿海，四维变分资料同化后其强度和位置的预报与观测完全相同，如图 41。



图 41 2000 年 8 月 1 日 12 时 700mb 湿度场  
同化时间窗口结束时刻预报效果的比较

对于这个个例,从温度场、位势高度场、风场和湿度场的预报效果来看,进行四维变分资料同化后,REM 模式在同化时间窗口结束时刻的预报效果,相对于同化前有明显改善。

### §5.3.3.2 延伸预报时段的预报效果

从延伸预报时段对温度场的预报看,在 200mb、500mb 和 700mb 三个等压面,同化后的预报结果相对于同化前都略有提高,提高不是非常大,特别是在 500mb 观测场上的暖中心,同化前后都没有预报出来。如图 42,如图 43,图 44。



图 42 2000 年 8 月 2 日 00 时 200mb 温度场  
延伸预报时段预报效果的比较



图 43 2000 年 8 月 2 日 00 时 500mb 温度场  
延伸预报时段预报效果的比较

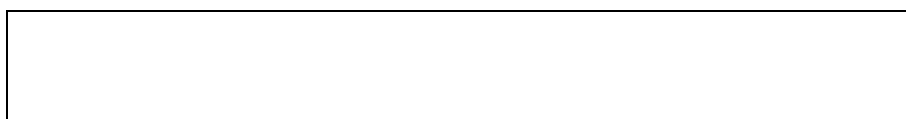


图 44 2000 年 8 月 2 日 00 时 700mb 温度场  
延伸预报时段预报效果的比较

在延伸预报时候,四维变分资料同化后对位势高度场强度的预报结果明显优于同化前的预报,在 200mb 位势高度场上可以看到,同化前形势场整体偏弱,四维变分资料同化后对形势场的预报明显加强,如图 45。在 500mb 位势高度场上,四维变分资料同化后,对于黄河下游的脊线位置及整个位势场的强度预报,都明显好于同化前的预报,但仍落后于观测场的位置,如图 46。在 700mb 位势高度场上,四维变分资料同化后对西北地区槽线的位置的预报比同化前有改善,如图 47。



图 45 2000 年 8 月 2 日 00 时 200mb 位势高度场  
延伸预报时段预报效果的比较

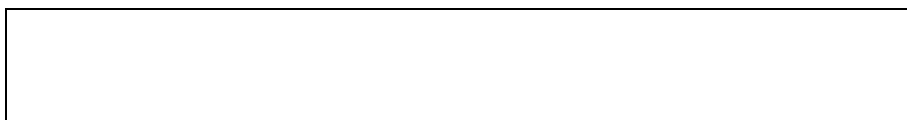


图 46 2000 年 8 月 2 日 00 时 500mb 位势高度场  
延伸预报时段预报效果的比较



图 47 2000 年 8 月 2 日 00 时 700mb 位势高度场  
延伸预报时段预报效果的比较

在延伸预报时段, 四维变分资料同化后对风场的预报效果改善不是十分明显, 200mb 上的高空和同化前相当, 同化后对 500mb 风场的预报在西北槽线处与观测比较接近, 模式区域东边的风场则没有变化, 维持低槽的流场形式。同化后, 对 700mb 风场的预报比同化前要好, 与观测场基本一致。如图 48, 图 49, 图 50。



图 48 2000 年 8 月 2 日 00 时 200mb 风场  
延伸预报时段预报效果的比较



图 49 2000 年 8 月 2 日 00 时 500mb 风场  
延伸预报时段预报效果的比较



图 50 2000 年 8 月 2 日 00 时 700mb 风场  
延伸预报时段预报效果的比较

在延伸预报时段, 进行四维变分资料同化后对于湿度场的预报比同化前有明显改

善。8月2日00时700mb湿度观测场上，在山东和河南有一个干中心，同化前没有预报出该中心，并在长江以南产生一些湿中心，同化后则预报出了这个干中心，只是位置比观测略偏西，对长江以南湿度场的预报也消除了不正确的湿度中心，如图51。



图 51 2000 年 8 月 2 日 00 时 700mb 湿度场  
延伸预报时段预报效果的比较

到延伸预报时段结束，对于降水场的预报也进行了比较，在2日00时24小时累积降水量的观测场上看，在浙江和四川各有一降水区域，强度分别是40mm和25mm。在同化前的预报场上，降水区域出现在山东半岛，中心强度达80mm。变分同化后的降水预报出现在陕西，中心强度为40mm。这个个例在进行四维变分资料同化后，延伸预报时段24小时累积降水的预报并没有改善。如图52所示。

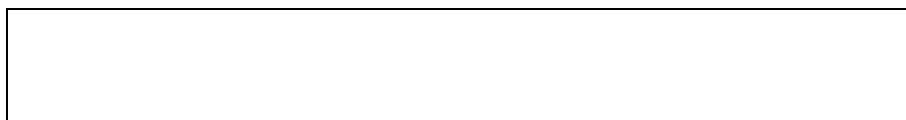


图 52 2000 年 8 月 2 日 00 时 24 小时累积降水场  
预报效果的比较

从延伸预报时候的预报效果来看，进行四维变分资料同化后，数值模式对温度场、位势高度场、风场、湿度场的预报效果相对于同化前略有改善，24小时累积降水量的预报在同化后则没有改善，和同化前一样，对降水中心的位置和强度都报错了。

从个例二四维变分资料同化前后的预报效果来看，在同化时间窗口结束时刻，进行四维变分资料同化后的模式预报结果都要比同化前的预报结果更加接近于实际观测场。在延伸预报时段结束时，进行变分同化后的数值模式预报结果在温度场、位势高度场、风场、湿度场的预报效果相对于同化前也略有提高。对于24小时累积降水量的预报相对于同化前则没有改善，对降水中心的位置和强度没有作出准确预报。

对于个例二中的情况，原因可能是多方面的，进行四维变分资料同化一个非常重要的前提假设是所使用的数值模式是比较准确的，当数值模式中存在误差时，可能会导致这种现象出现，通常为了消除数值模式误差的影响，在目标函数中要加入背景场项；另外对于同化窗口内观测场质量也需要比较准确，否则同样会出现四维变分资料同化后预报效果没有改善的现象，这时需要对观测场误差的协方差矩阵有一个准确的统计和构造。对于这个个例，下一步还需要进行深入研究和分析。



## §5.4 本章小结

通过上面对两个实际天气个例的四维变分资料同化试验及延伸预报效果的比较,可以得到以下结论:

进行四维变分资料同化后,两个天气个例在同化时间窗口结束时刻的预报结果都要明显比同化前的预报结果好,对温度场、位势高度场、风场和湿度场的预报相对于同化前更加接近于实际观测场。而在延伸预报时段结束时,两个个例进行四维变分资料同化后,其预报结果在风场和湿度场的预报上都有明显改善,对温度场和高度场的预报也有所改善。对于累积降水的预报,两个个例利用四维变分同化后的初始场进行的预报则有很大不同:在个例一中,变分同化后对降水中心的位置和降水强度的预报都有明显改善,预报结果更接近于观测场;个例二中,变分同化后对降水中心位置和强度的预报则没有改善,对于个例二还需要进一步进行研究。

试验结果说明,进行四维变分资料同化后,有的个例在同化时间窗口结束时,其预报结果与观测场可以得到比较好的拟合,在延伸预报时段内也比同化前的预报有所提高;而在有的个例中,虽然在同化时间窗口结束时,其预报结果与观测场可以得到比较好的拟合,而在延伸预报时段内,则不一定能得到理想的预报效果。特别是对于降水的预报,进行四维变分资料同化后其在延伸预报时段并不一定能得到改善的预报结果。

由于本章只选用了两个天气个例进行四维变分资料同化试验及延伸预报,所得结论还不具普遍性。同时,采用的四维变分资料同化方案还有些粗糙,在目标函数中没有考虑背景场项,由于资料限制,在目标函数中对降水资料也没有进行同化。以后,需要进一步考虑比较完善的四维变分同化方案,并作大量的天气个例实验。

### 第五章的附图

The Observation 500mb Temperature of 1998060800

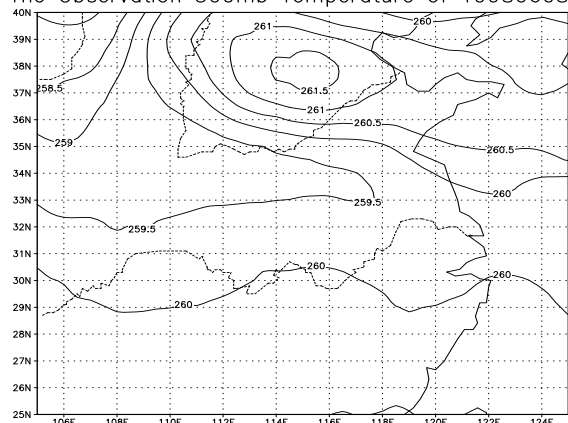


图 1a

The Observation 500mb Geo-Height of 1998060800

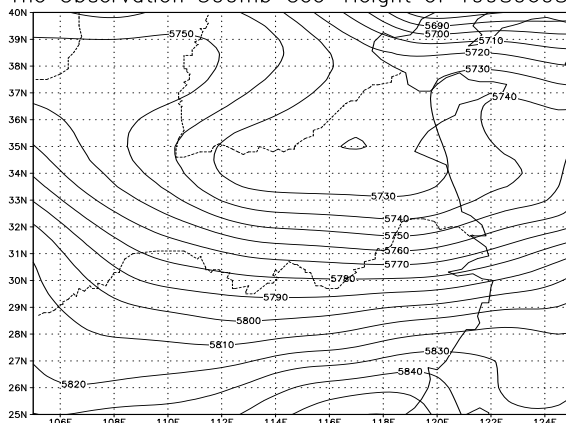


图 2a

The Observation 500mb Temperature of 1998060812

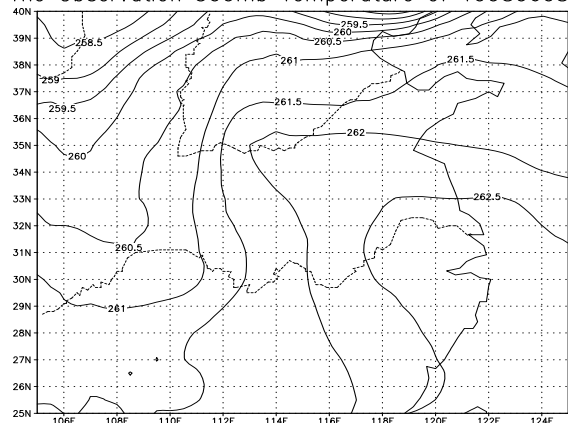


图 1b

The Observation 500mb Geo-Height of 1998060812

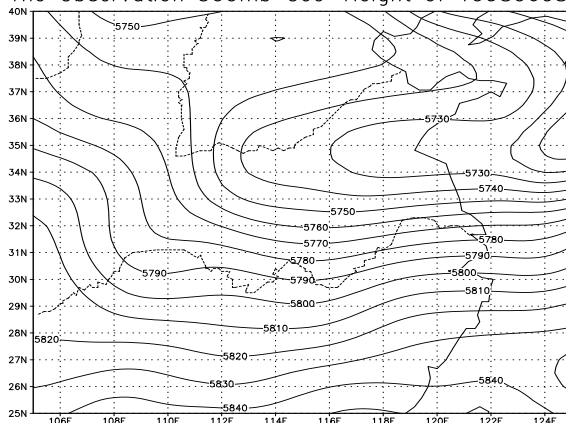


图 2b

The Observation 500mb Temperature of 1998060900

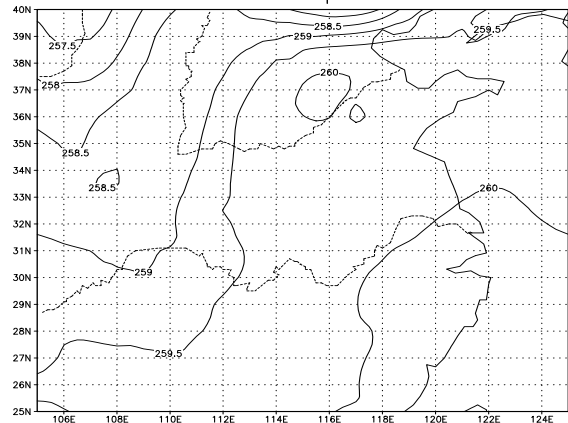


图 1c

The Observation 500mb Geo-Height of 1998060900

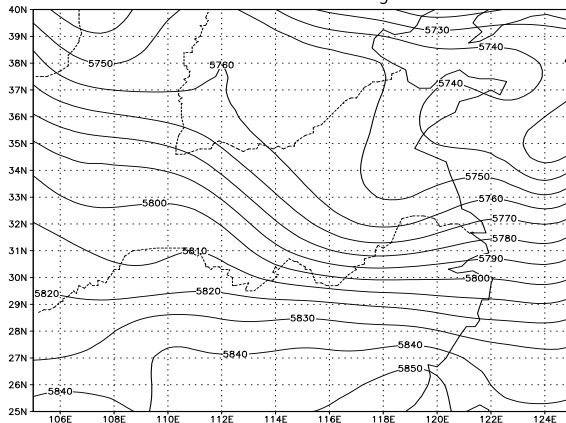


图 2c

图 1 1998 年 6 月 8 日 00 时到 9 日 00 时的 500mb 温度观测场  
a.6 月 8 日 00 时 b.6 月 8 日 12 时  
c.6 月 9 日 00 时

图 2 1998 年 6 月 8 日 00 时到 9 日 00 时的 500mb 位势高度观测场  
a.6 月 8 日 00 时 b.6 月 8 日 12 时  
c.6 月 9 日 00 时

The Observation 700mb Temperature of 1998060800

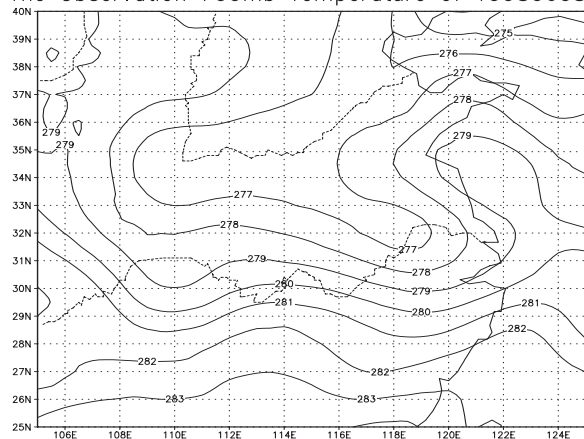


图 3a

The Observation 700mb Geo-Height of 1998060800

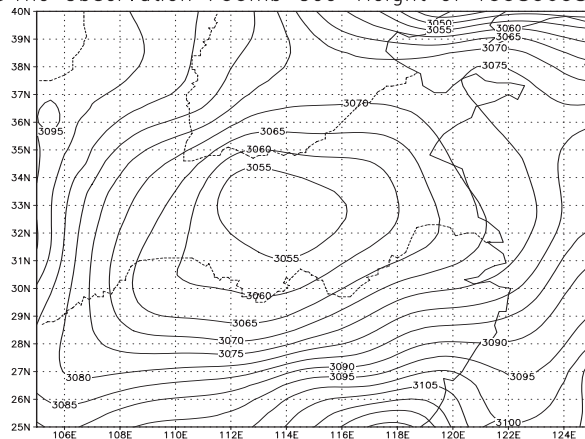


图 4a

The Observation 700mb Temperature of 1998060812

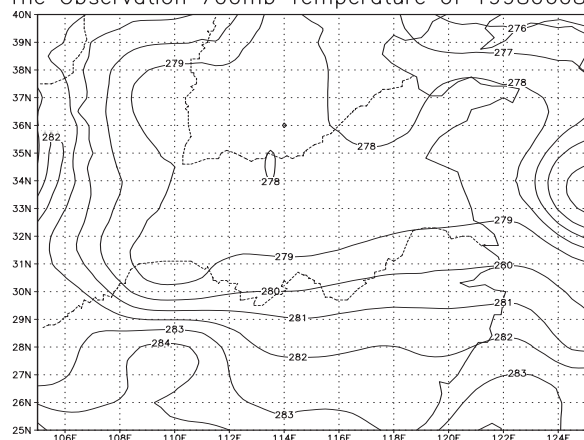


图 3b

The Observation 700mb Geo-Height of 1998060812

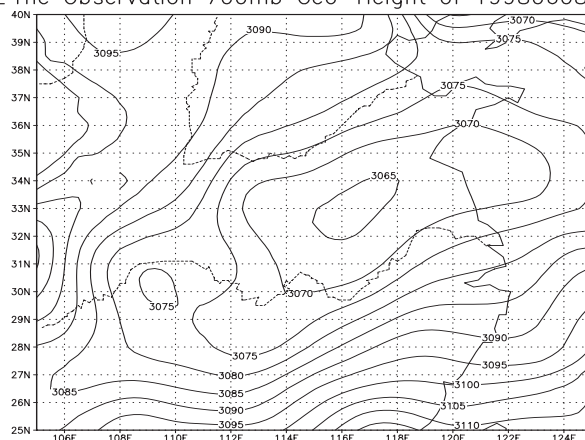


图 4b

The Observation 700mb Temperature of 1998060900

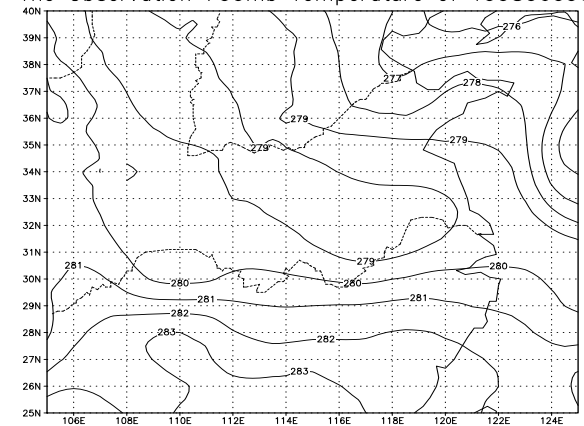


图 3c

The Observation 700mb Geo-Height of 1998060900

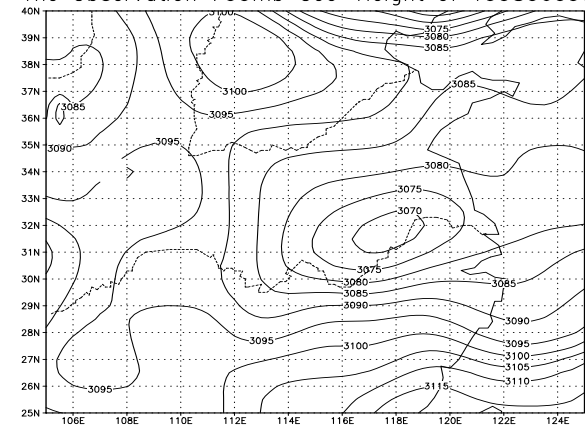


图 4c

图 3 1998 年 6 月 8 日 00 时到 9 日 00 时的 700mb 温度观测场  
a.6 月 8 日 00 时 b.6 月 8 日 12 时  
c.6 月 9 日 00 时

图 4 1998 年 6 月 8 日 00 时到 9 日 00 时的 700mb 位势高度观测场  
a.6 月 8 日 00 时 b.6 月 8 日 12 时  
c.6 月 9 日 00 时

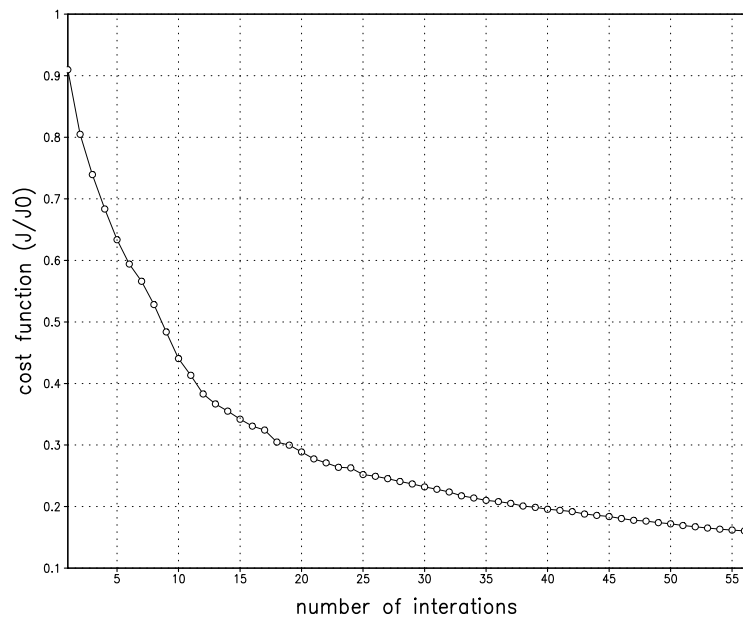


图 5a

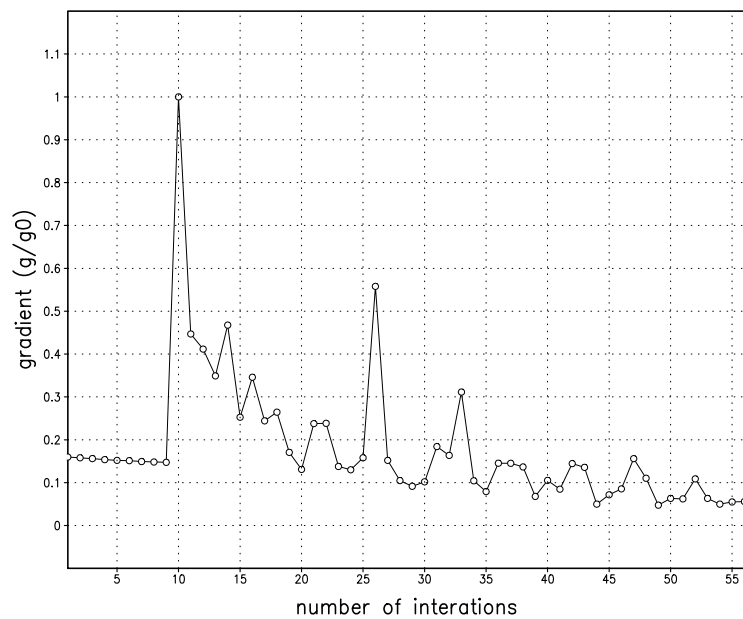


图 5b

图 5 目标函数和目标函数梯度的下降曲线 (个例一)  
a. 目标函数的下降曲线 ( $J/J_0$ ) b. 梯度的下降曲线 ( $g/g_0$ )

同化时间窗口结束时预报效果比较, 个例一

The Observation 200mb Temperature of 1998060812

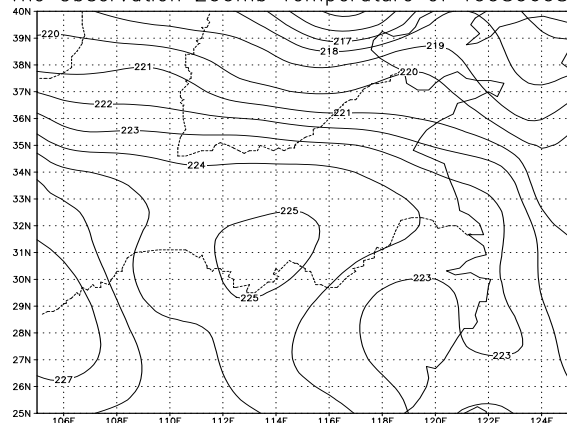


图 6a

The Observation 500mb Temperature of 1998060812

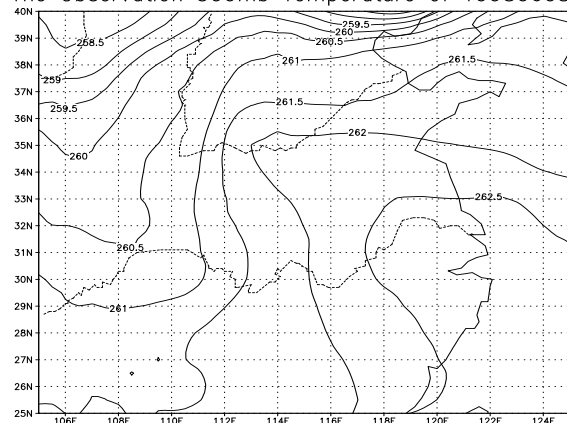


图 7a

The Forecast 200mb Temperature of 1998060812

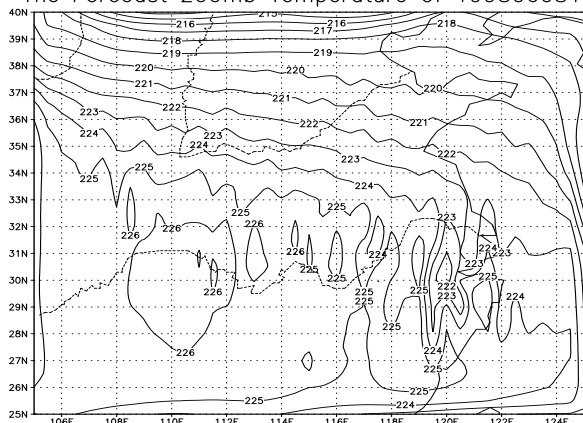


图 6b

The Forecast 500mb Temperature of 1998060812

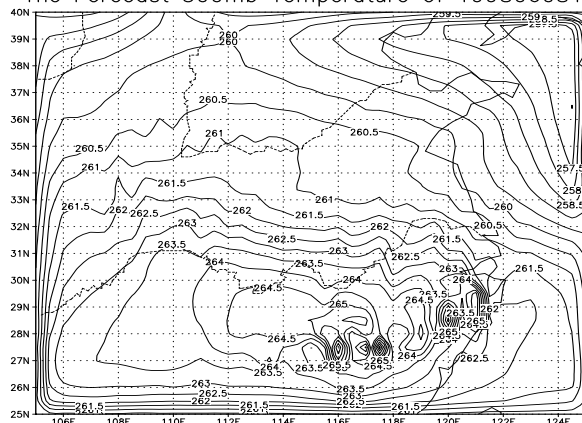


图 7b

The Optimal 200mb Temperature of 1998060812

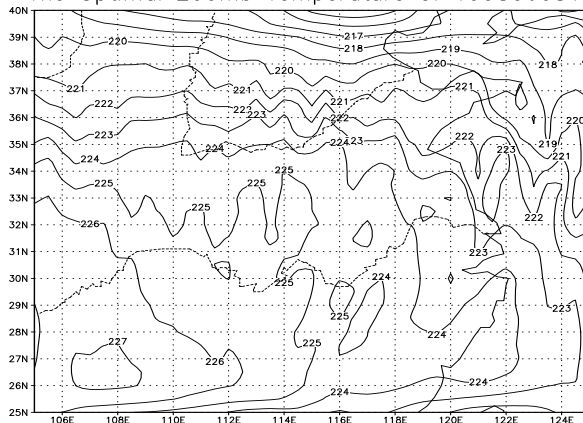


图 6c

The Optimal 500mb Temperature of 1998060812

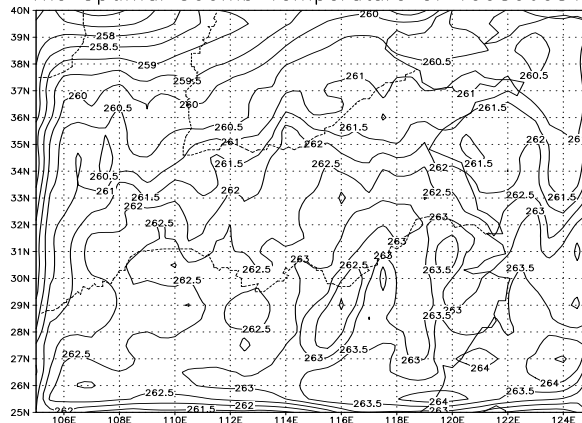


图 7c

图 6 200mb 温度场在同化窗口结束时预报效果的比较

- a. 观测场
- b. 同化前预报场
- c. 同化后预报场

图 7 500mb 温度场在同化窗口结束时预报效果的比较

- a. 观测场
- b. 同化前预报场
- c. 同化后预报场

The Observation 700mb Temperature of 1998060812

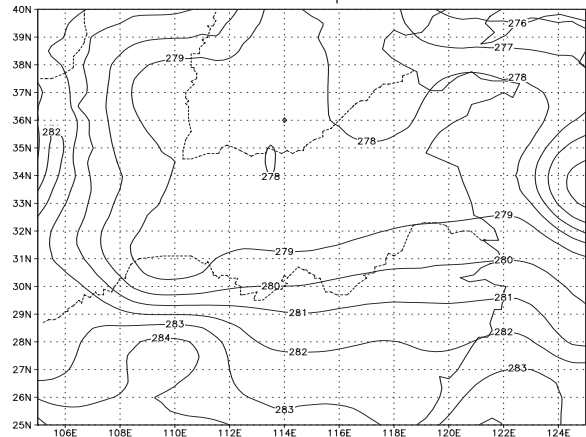


图 8a

The Observation 200mb Geo-Height of 1998060812

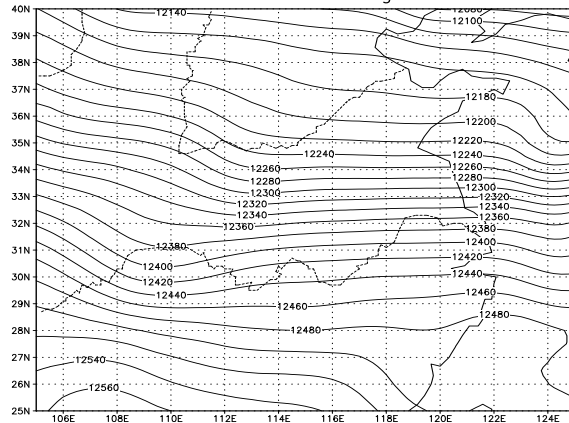


图 9a

The Forecast 700mb Temperature of 1998060812

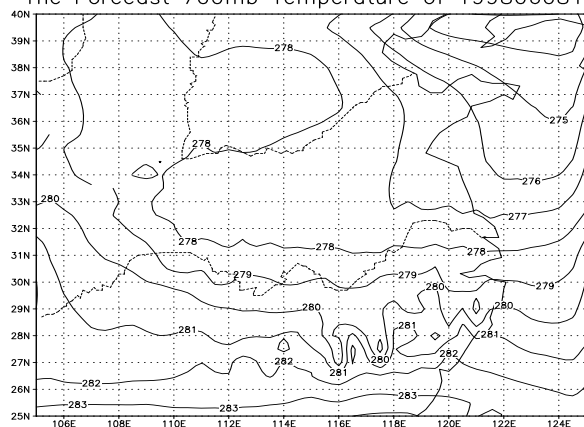


图 8b

The Forecast 200mb Geo-Height of 1998060812

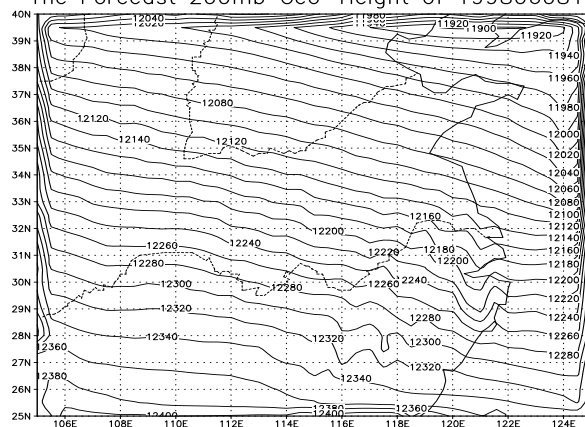


图 9b

The Optimal 700mb Temperature of 1998060812

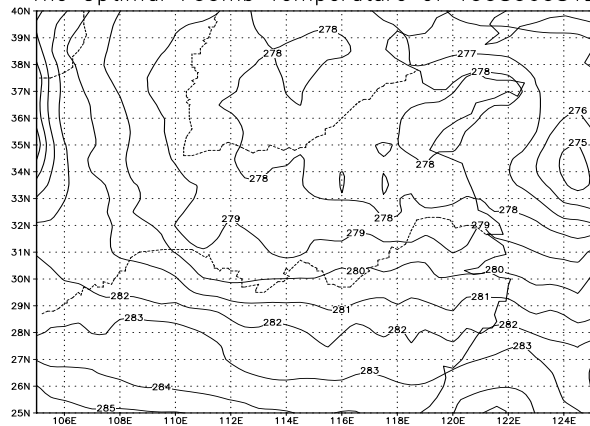


图 8c

The Optimal 200mb Geo-Height of 1998060812

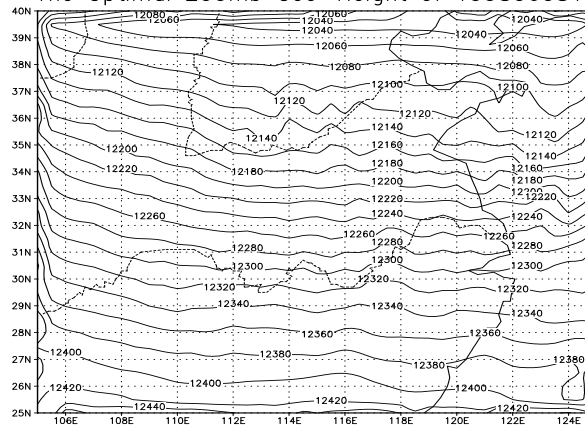


图 9c

图 8 700mb 温度场在同化窗口结束时  
时预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 9 200mb 位势高度场在同化窗口  
结束时预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

The Observation 500mb Geo-Height of 1998060812

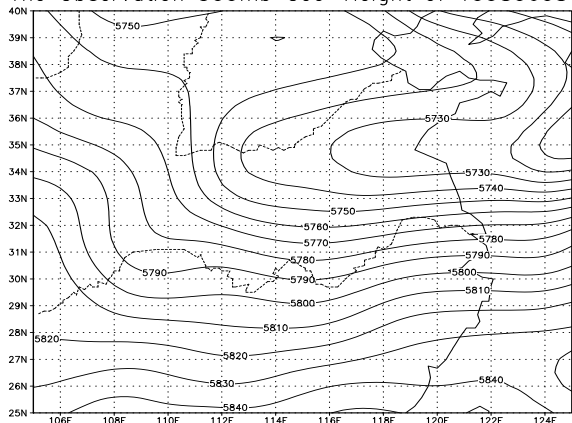


图 10a

The Observation 700mb Geo-Height of 1998060812

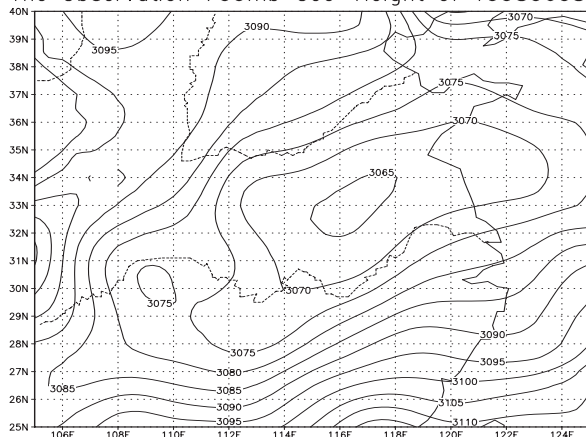


图 11a

The Forecast 500mb Geo-Height of 1998060812

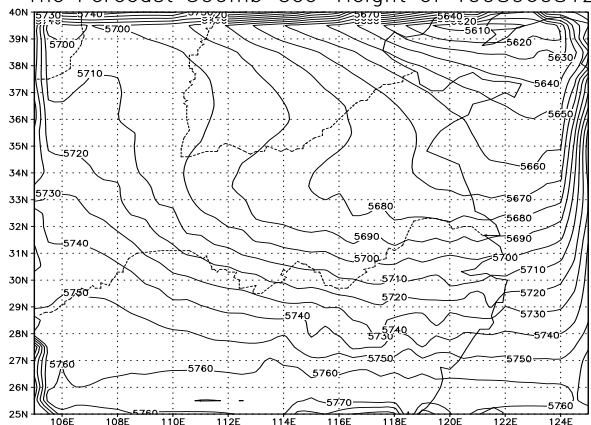


图 10b

The Forecast 700mb Geo-Height of 1998060812

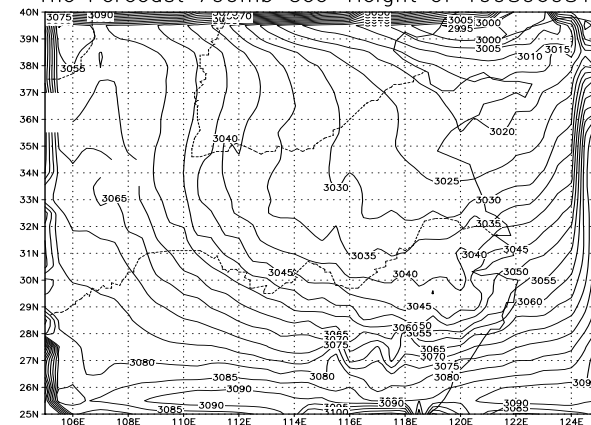


图 11b

The Optimal 500mb Geo-Height of 1998060812

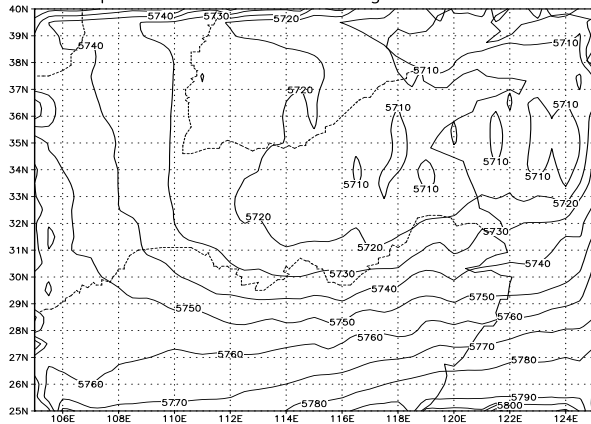


图 10c

The Optimal 700mb Geo-Height of 1998060812

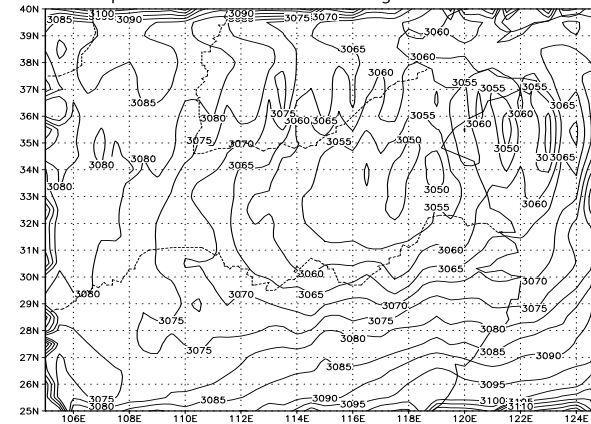


图 11c

图 10 500mb 位势高度场在同化窗口  
结束时预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 11 700mb 位势高度场在同化窗口  
结束时预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

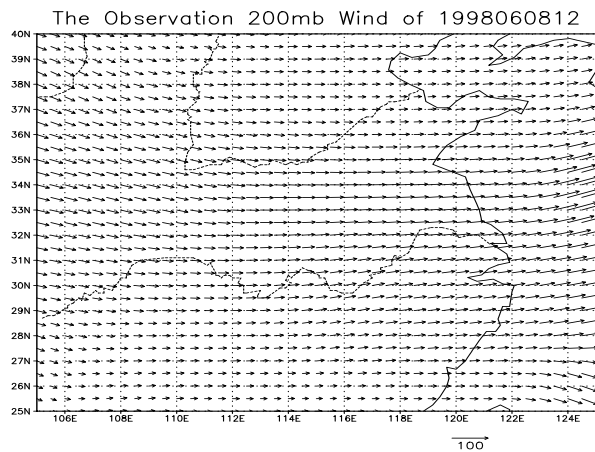


图 12a

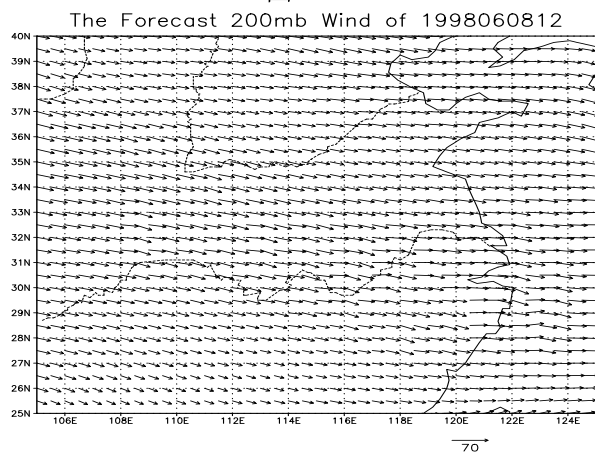


图 12b

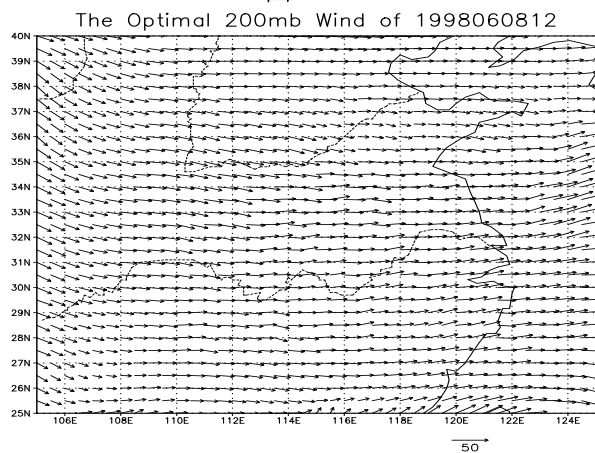


图 12c

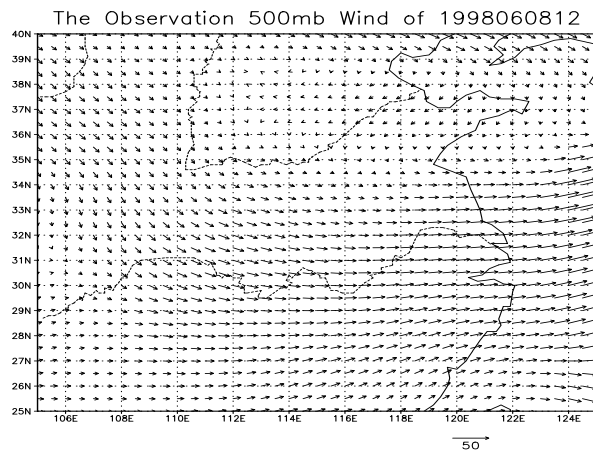


图 13a

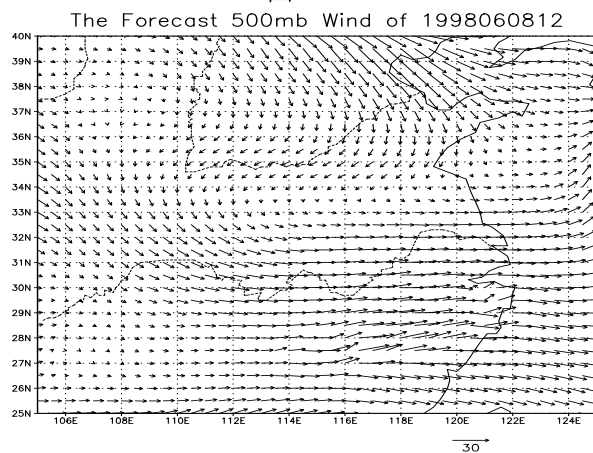


图 13b

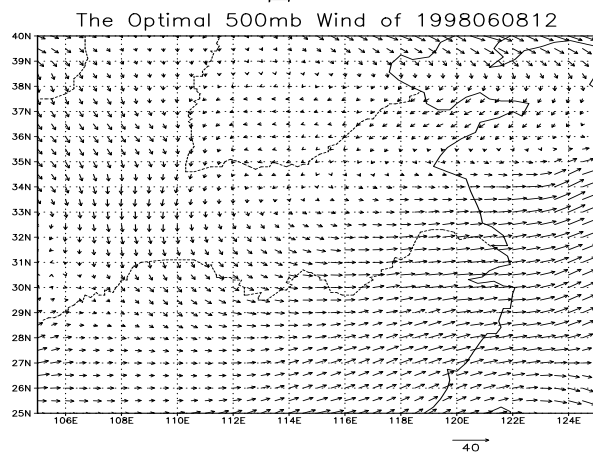


图 13c

图 12 200mb 风场在同化窗口结束时  
预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 13 500mb 风场在同化窗口结束时  
预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场



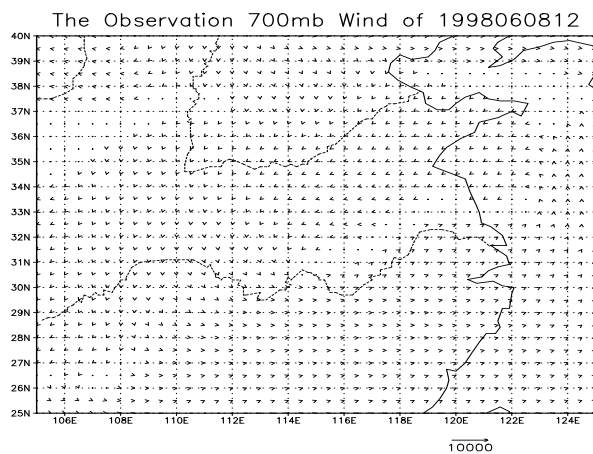


图 14a

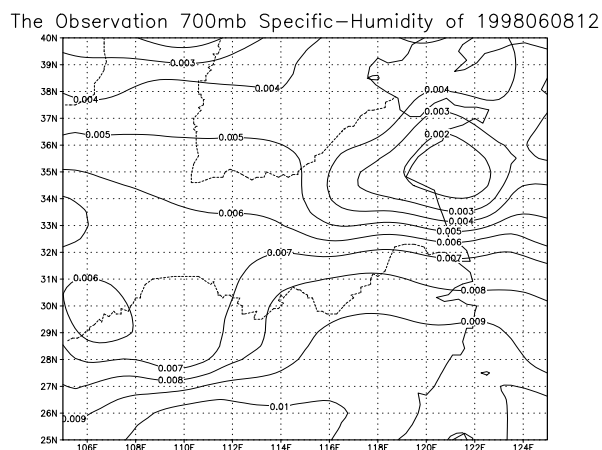


图 15a

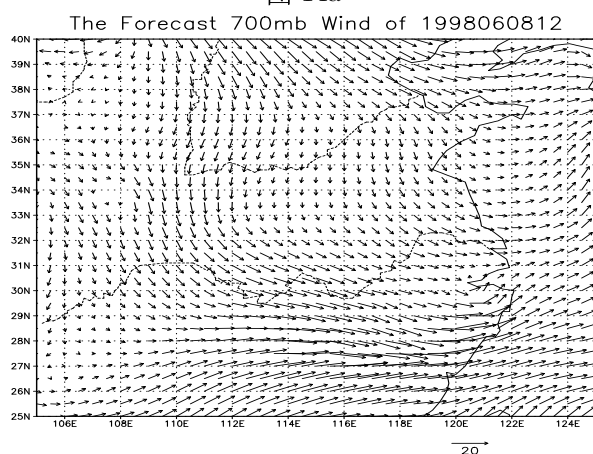


图 14b

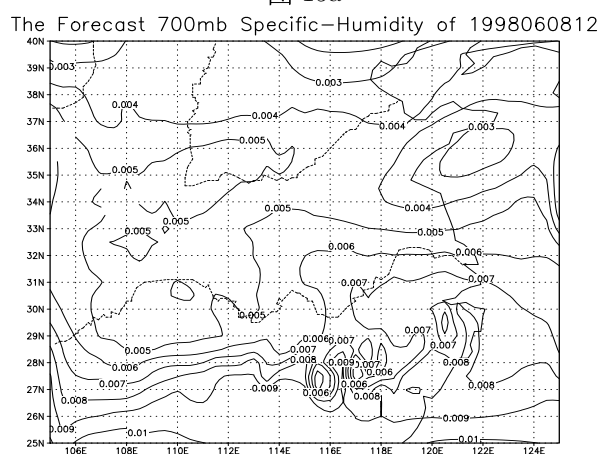


图 15b

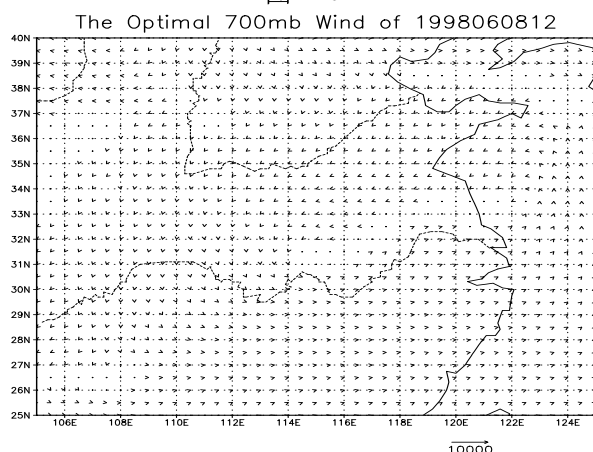


图 14c

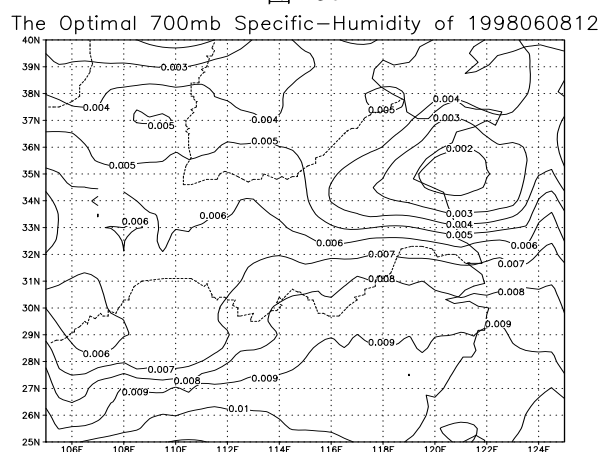


图 15c

图 14 700mb 风场在同化窗口结束时  
预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 15 700mb 比湿场在同化窗口结束时  
预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

延伸预报时段预报效果的比较, 个例一

The Observation 200mb Temperature of 1998060900

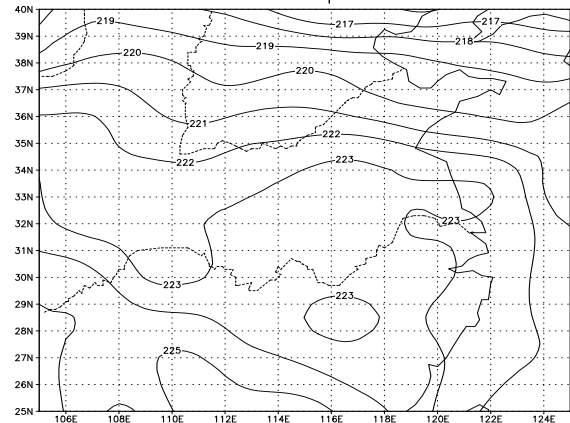


图 16a

The Observation 500mb Temperature of 1998060900

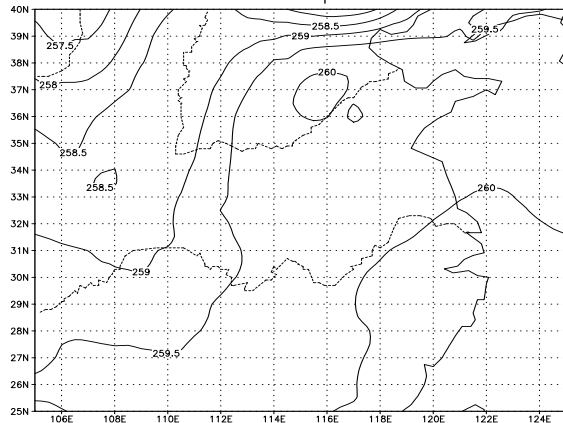


图 17a

The Forecast 200mb Temperature of 1998060900

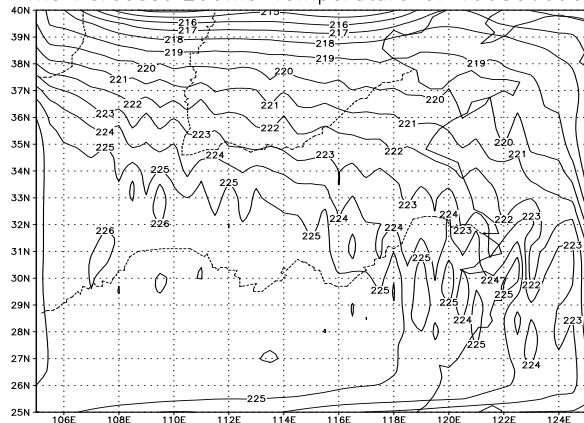


图 16b

The Forecast 500mb Temperature of 1998060900

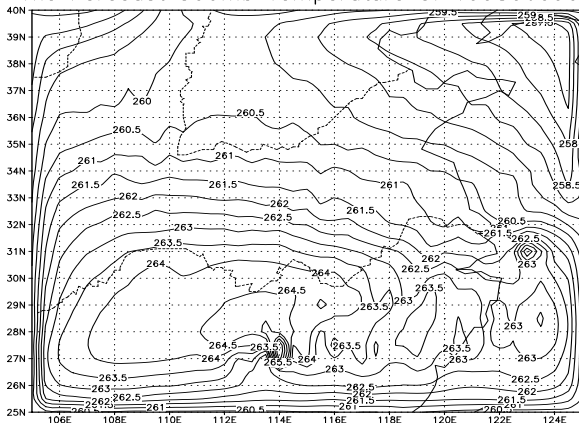


图 17b

The Optimal 200mb Temperature of 1998060900

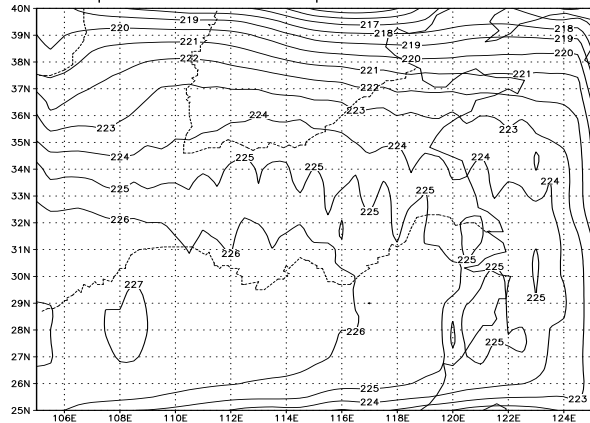


图 16c

The Optimal 500mb Temperature of 1998060900

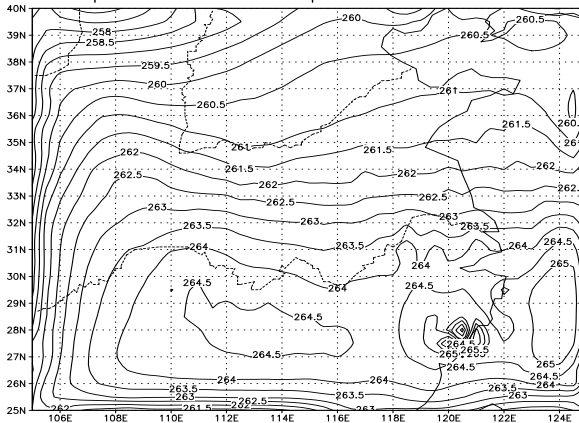


图 17c

图 16 200mb 温度场在延伸预报时段  
预报效果的比较

- a. 观测场
- b. 同化前预报场
- c. 同化后预报场

图 17 500mb 温度场在延伸预报时段  
预报效果的比较

- a. 观测场
- b. 同化前预报场
- c. 同化后预报场

The Observation 700mb Temperature of 1998060900

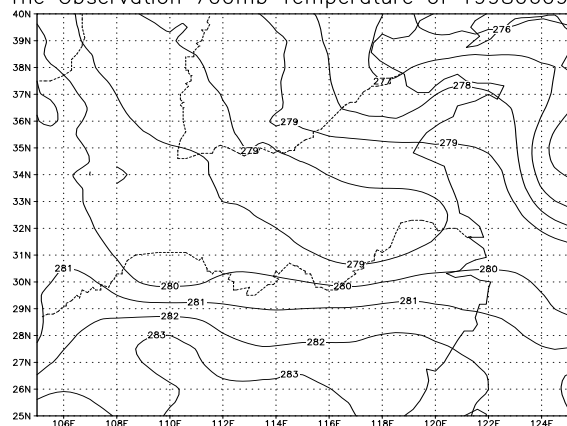


图 18a

The Observation 200mb Geo-Height of 1998060900

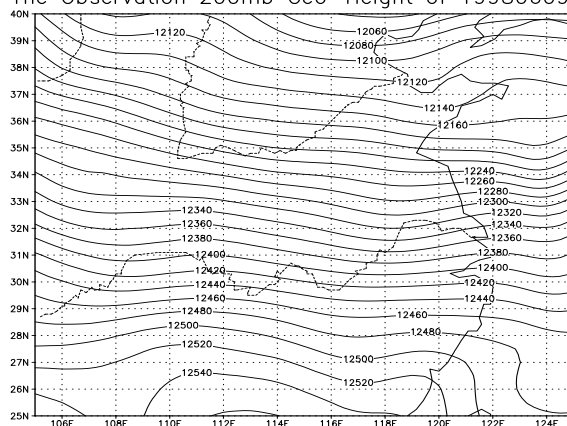


图 19a

The Forecast 700mb Temperature of 1998060900

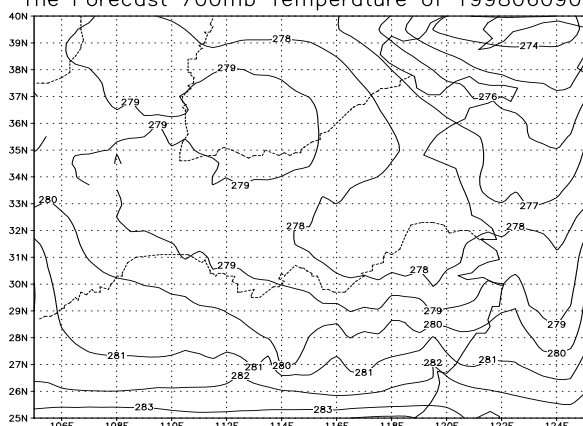


图 18b

The Forecast 200mb Geo-Height of 1998060900

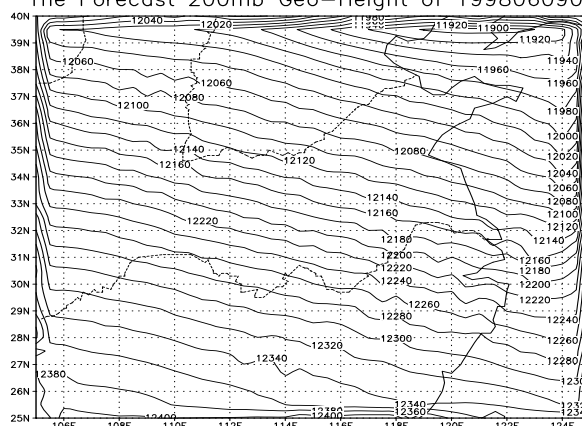


图 19b

The Optimal 700mb Temperature of 1998060900

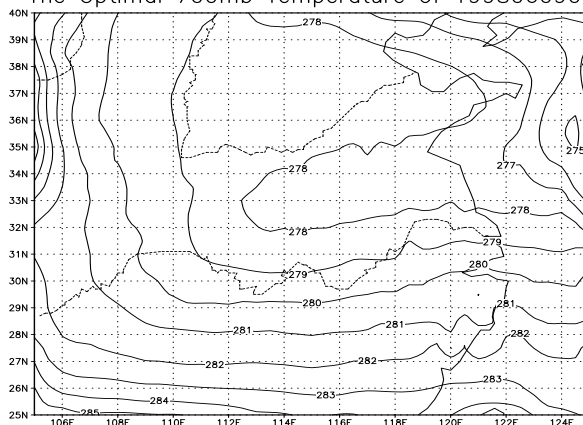


图 18c

The Optimal 200mb Geo-Height of 1998060900

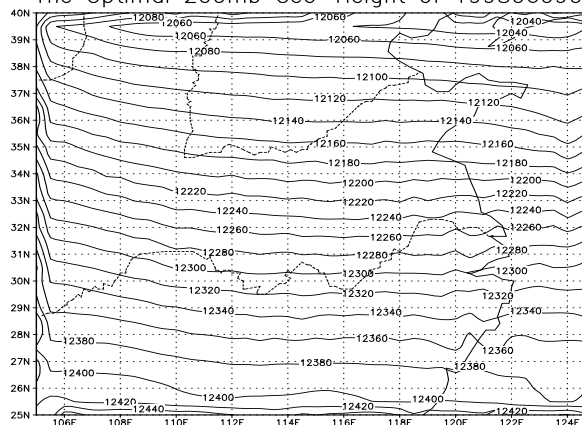


图 19c

图 18 700mb 温度场在延伸预报时段  
预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 19 200mb 位势高度场在延伸预报  
时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

The Observation 500mb Geo-Height of 1998060900

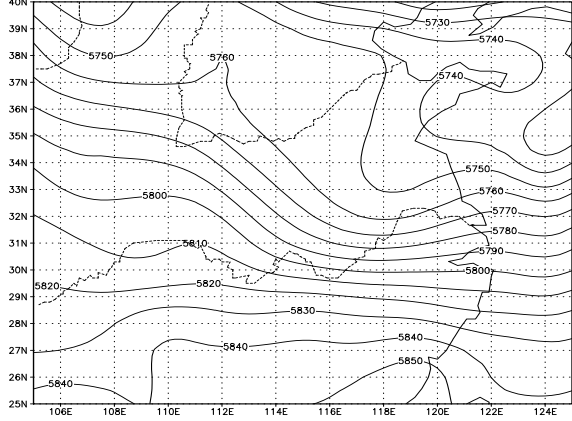


图 20a

The Observation 700mb Geo-Height of 1998060900

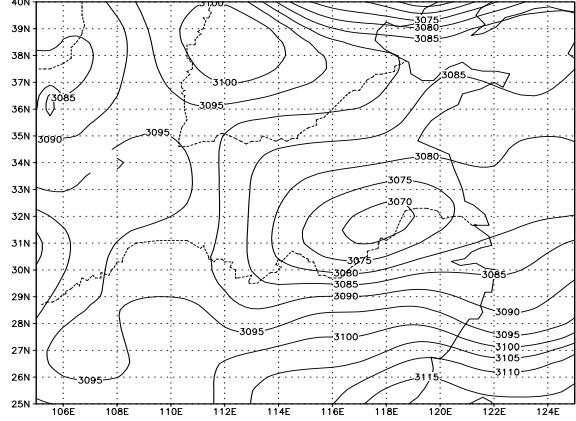


图 21a

The Forecast 500mb Geo-Height of 1998060900

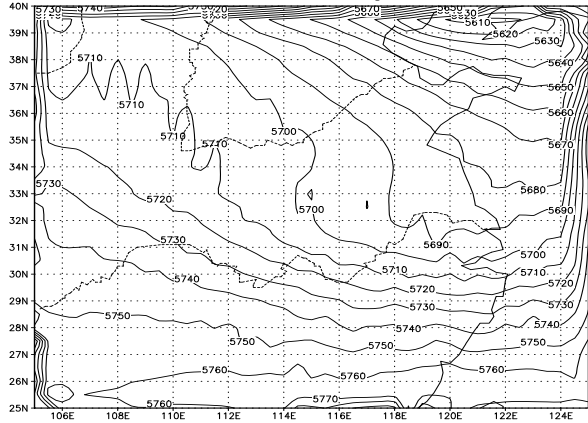


图 20b

The Forecast 700mb Geo-Height of 1998060900

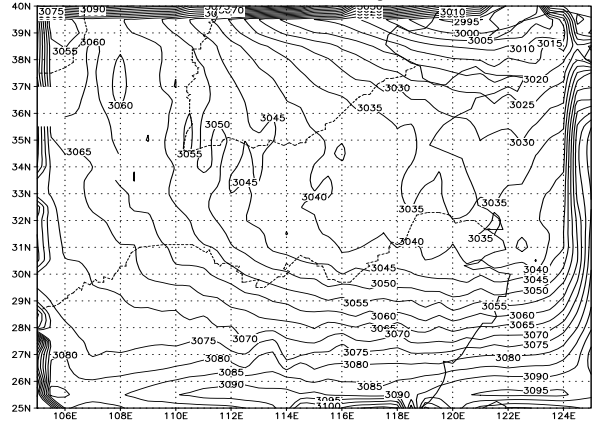


图 21b

The Optimal 500mb Geo-Height of 1998060900

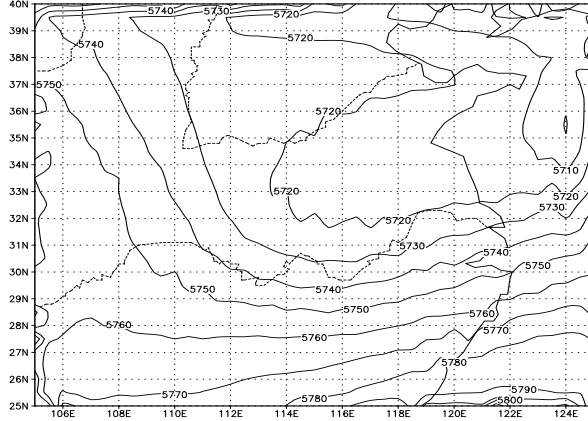


图 20c

The Optimal 700mb Geo-Height of 1998060900

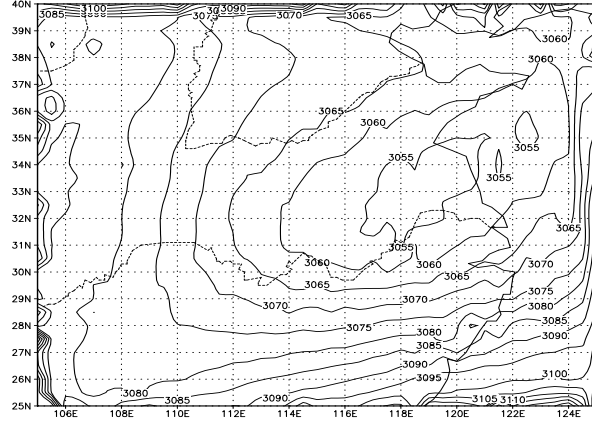


图 21c

图 20 500mb 位势高度场在延伸预报时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 21 700mb 位势高度场在延伸预报时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

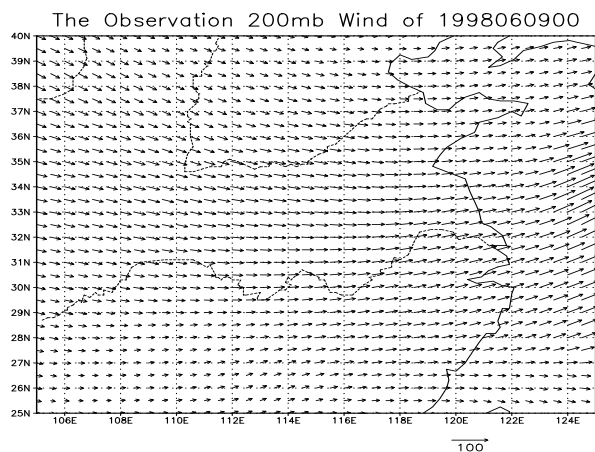


图 22a

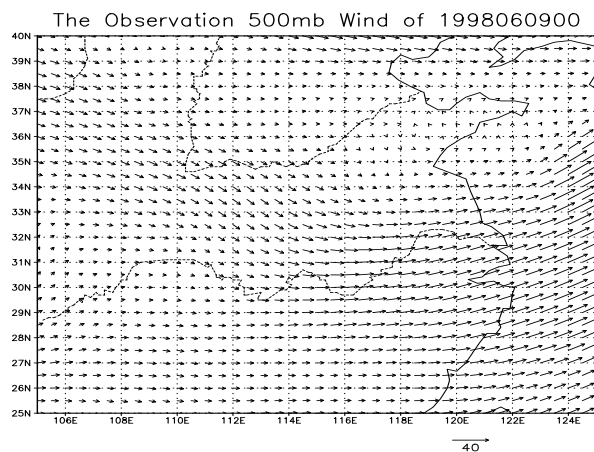


图 23a

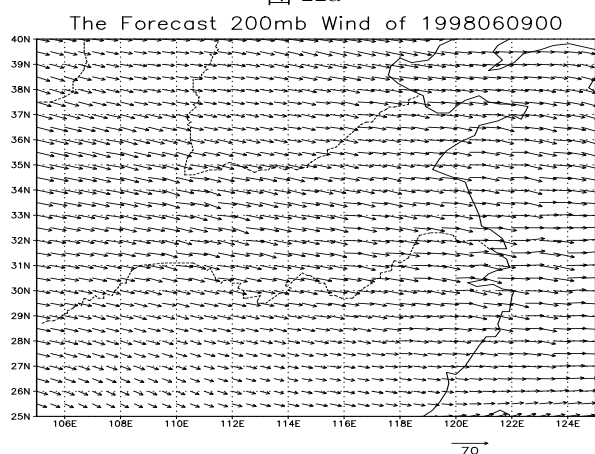


图 22b

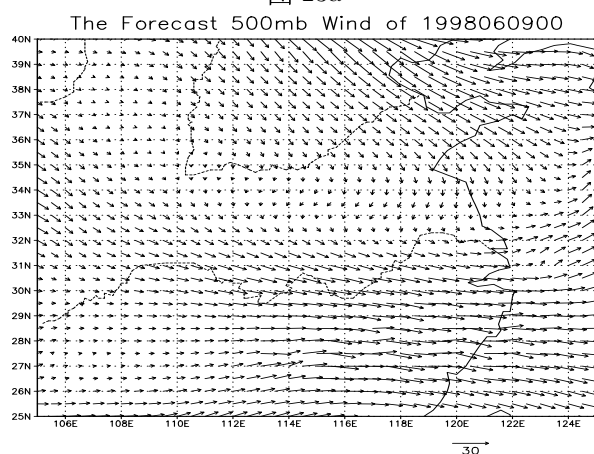


图 23b

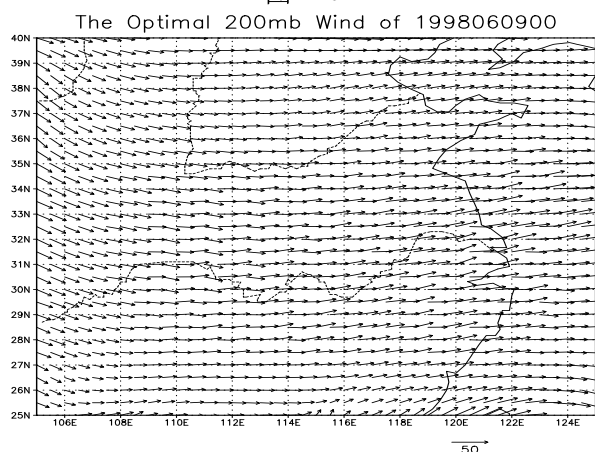


图 22c

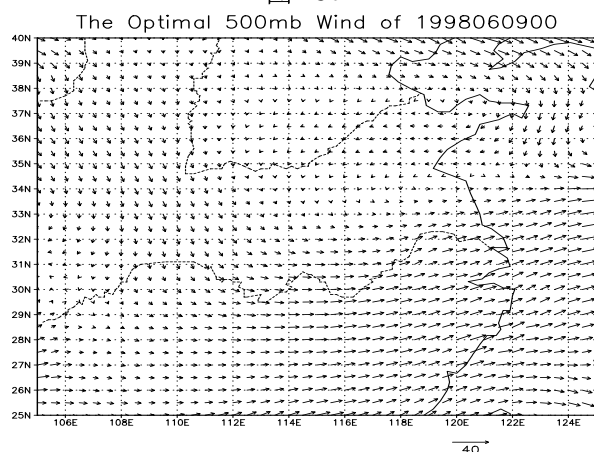


图 23c

图 22 200mb 风场在延伸预报时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 23 500mb 风场在延伸预报时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

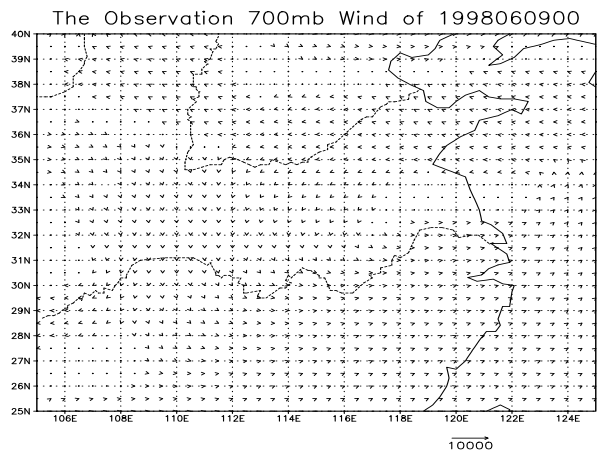


图 24a

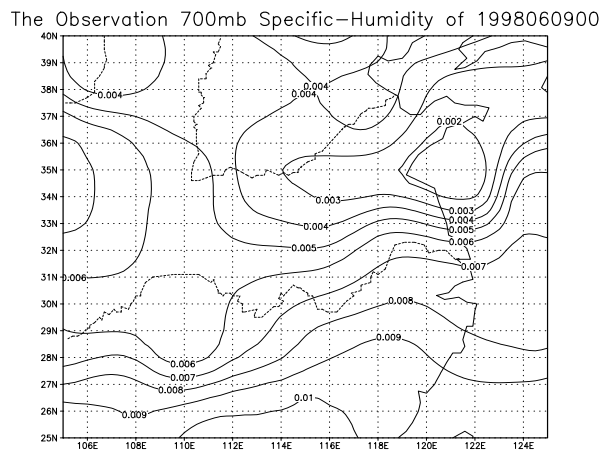


图 25a

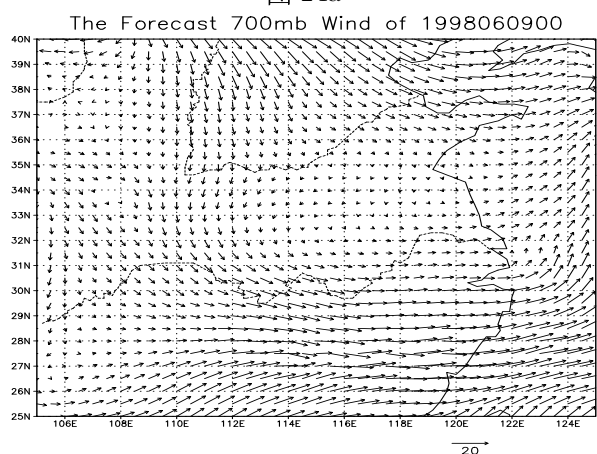


图 24b

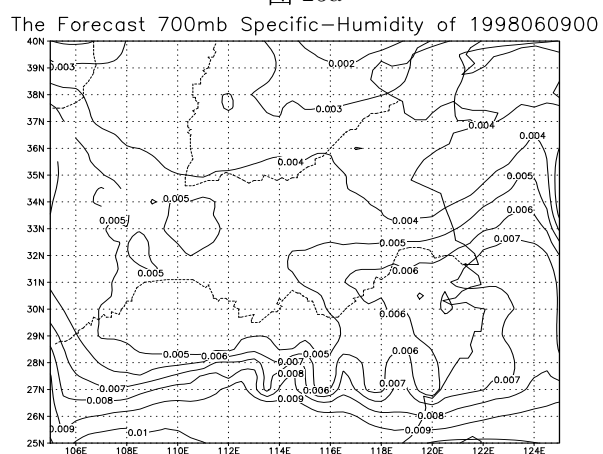


图 25b

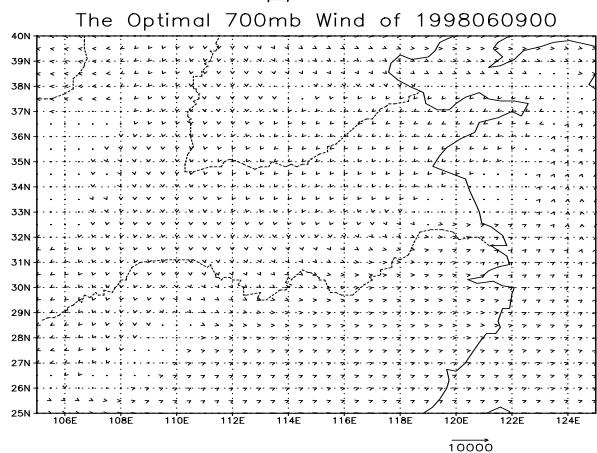


图 24c

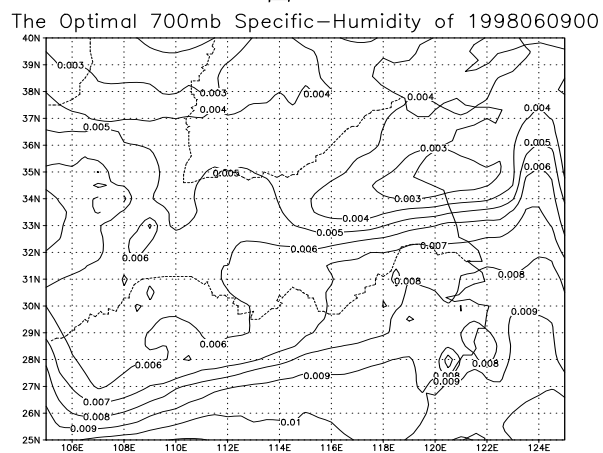


图 25c

图 24 700mb 风场在延伸预报时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 25 700mb 比湿场在延伸预报时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

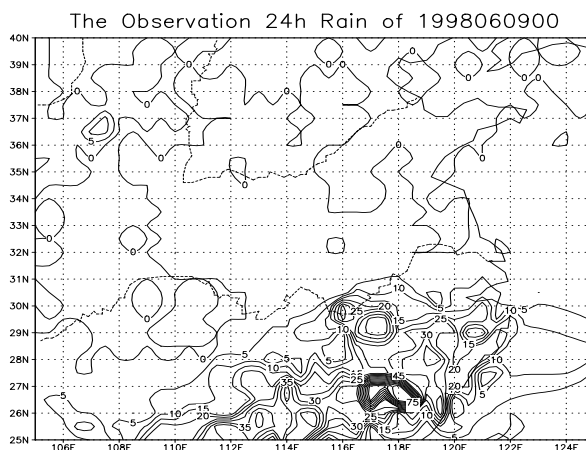


图 26a

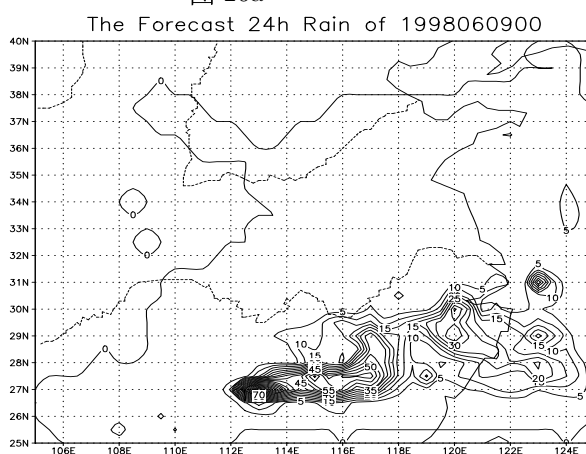


图 26b

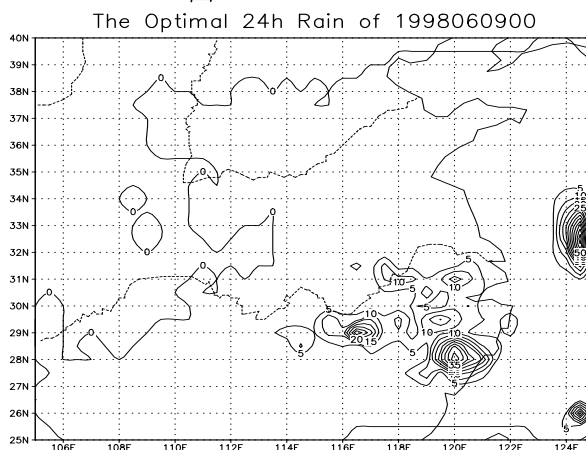


图 26c

图 26 24 小时累积降水场在延伸预报时段预报效果的比较

a. 观测场 b. 同化前预报场

c. 同化后预报场

个例二

The Observation 500mb Temperature of 2000080100

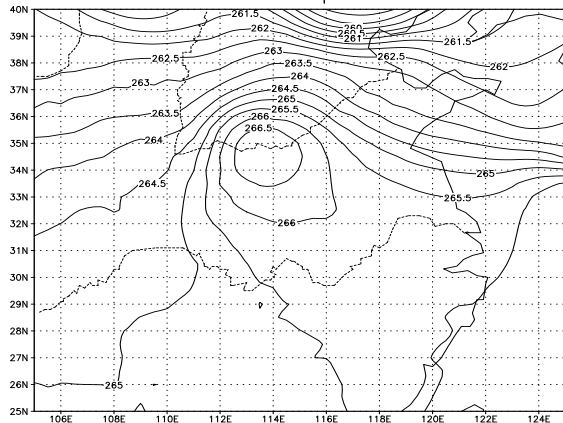


图 27a

The Observation 500mb Geo-Height of 2000080100

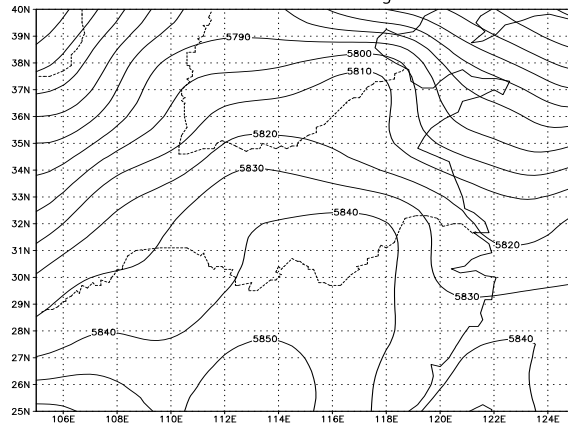


图 28a

The Observation 500mb Temperature of 2000080112

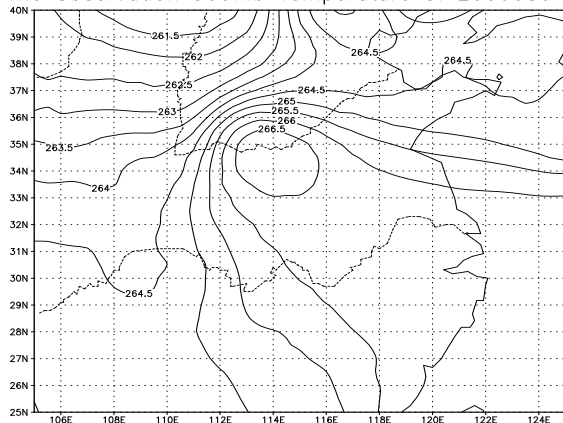


图 27b

The Observation 500mb Geo-Height of 2000080112

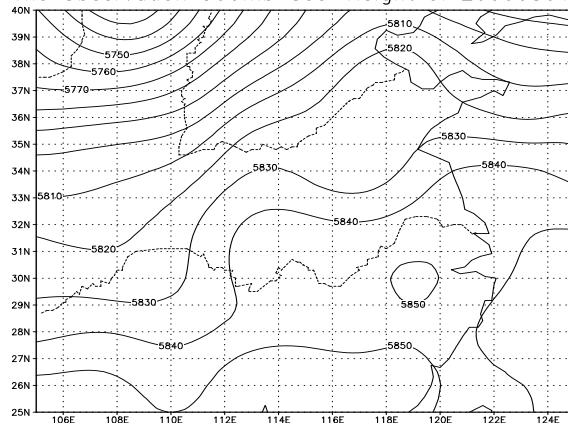


图 28b

The Observation 500mb Temperature of 2000080200

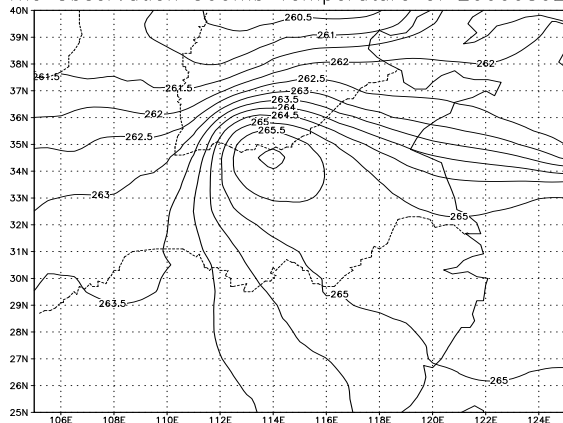


图 27c

The Observation 500mb Geo-Height of 2000080200

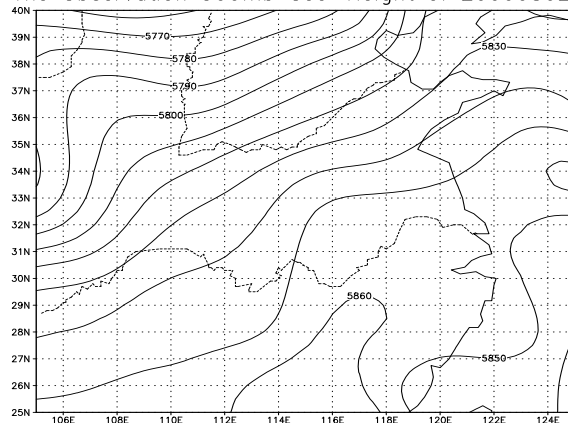


图 28c

图 27 2000 年 8 月 1 日 00 时到 2 日 00 时的 500mb 温度观测场  
a.8 月 1 日 00 时 b.8 月 1 日 12 时  
c.8 月 2 日 00 时

图 28 2000 年 8 月 1 日 00 时到 2 日 00 时的 500mb 位势高度观测场  
a.8 月 1 日 00 时 b.8 月 1 日 12 时  
c.8 月 2 日 00 时



The Observation 700mb Temperature of 2000080100

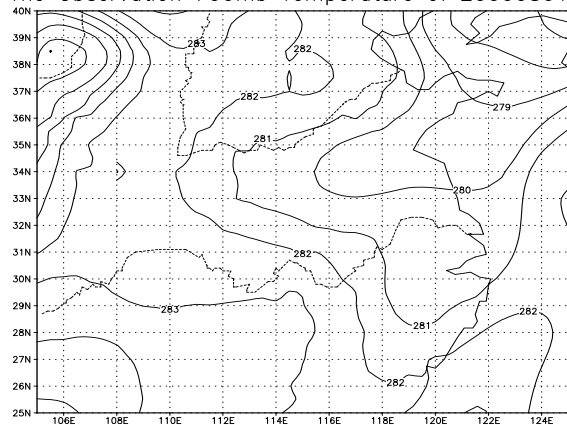


图 29a

The Observation 700mb Geo-Height of 2000080100

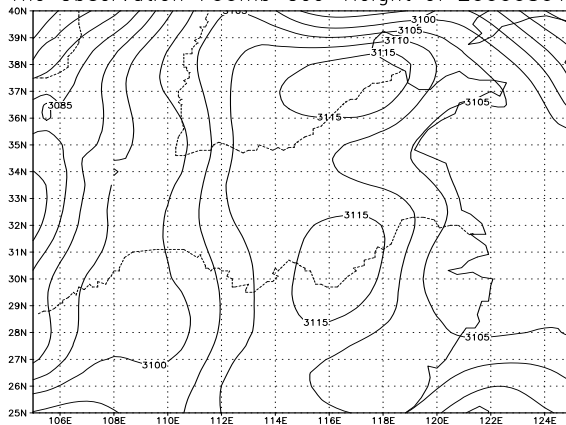


图 30a

The Observation 700mb Temperature of 2000080112

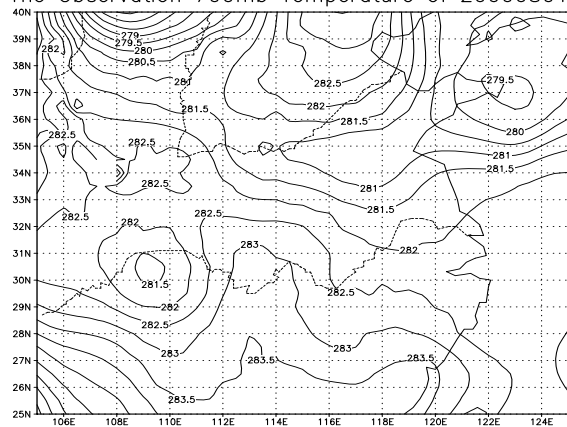


图 29b

The Observation 700mb Geo-Height of 2000080112

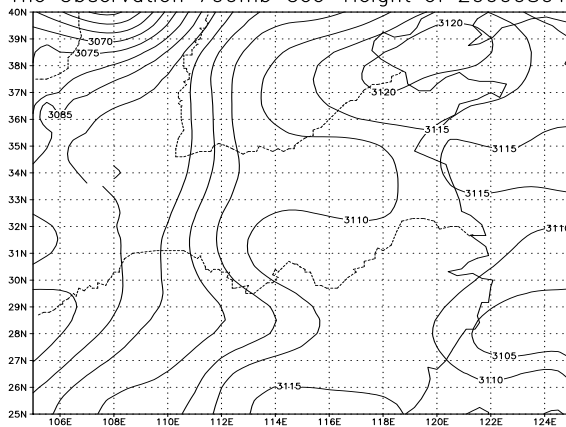


图 30b

The Observation 700mb Temperature of 2000080200

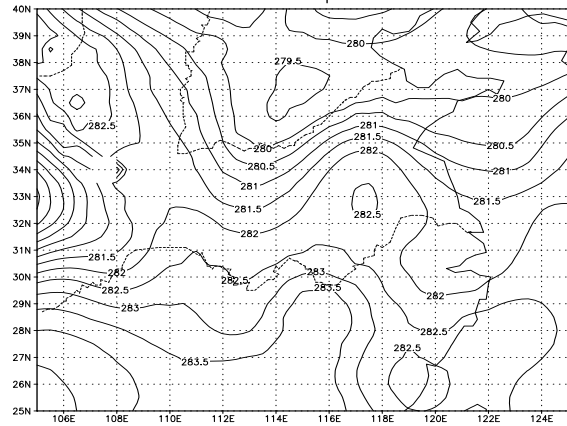


图 29c

The Observation 700mb Geo-Height of 2000080200

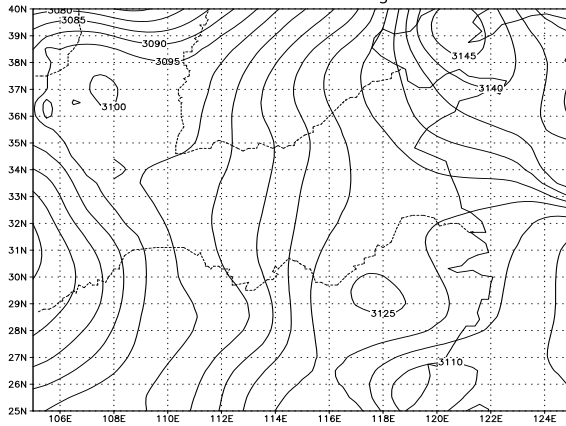


图 30c

图 29 2000 年 8 月 1 日 00 时到 2 日 00 时的 700mb 温度观测场  
a.8 月 1 日 00 时 b.8 月 1 日 12 时  
c.8 月 2 日 00 时

图 30 2000 年 8 月 1 日 00 时到 2 日 00 时的 700mb 位势高度观测场  
a.8 月 1 日 00 时 b.8 月 1 日 12 时  
c.8 月 2 日 00 时

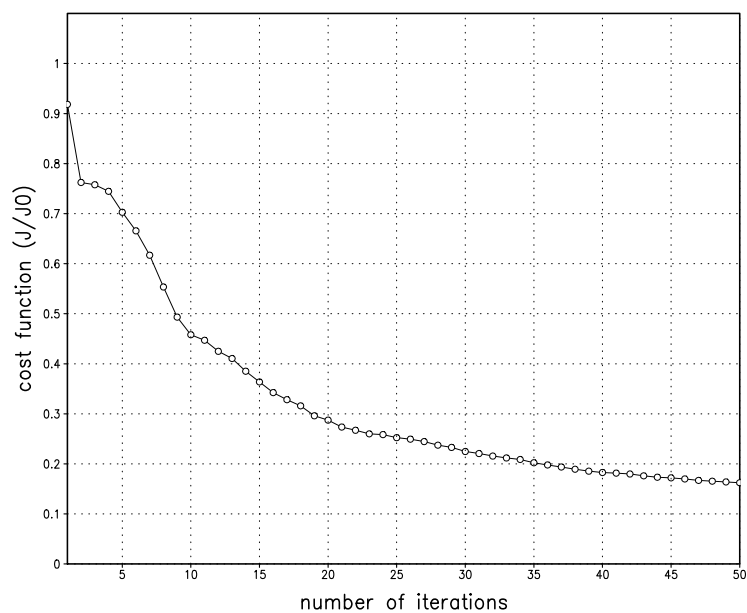


图 31a

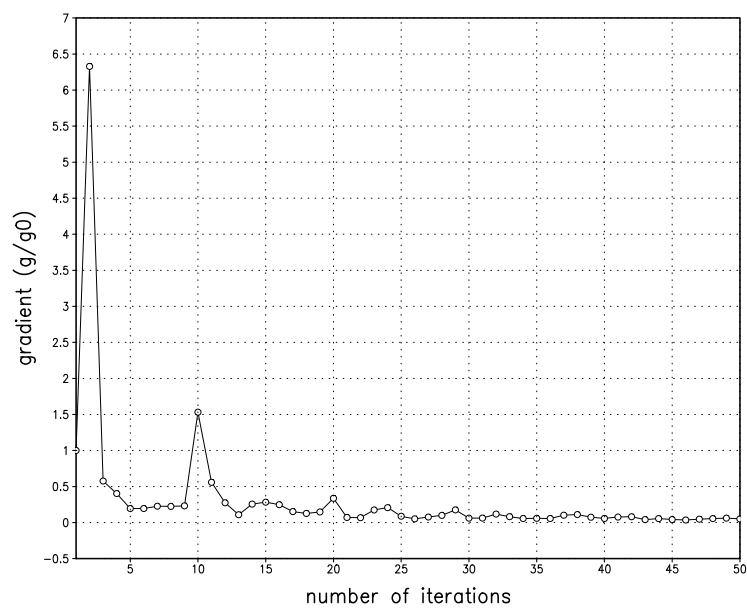


图 31b

图 31 目标函数和目标函数梯度的下降曲线 (个例二)  
a. 目标函数的下降曲线 ( $J/J_0$ ) b. 梯度的下降曲线 ( $g/g_0$ )

同化窗口结束时预报效果的比较, 个例二

The Observation 200mb Temperature of 2000080112

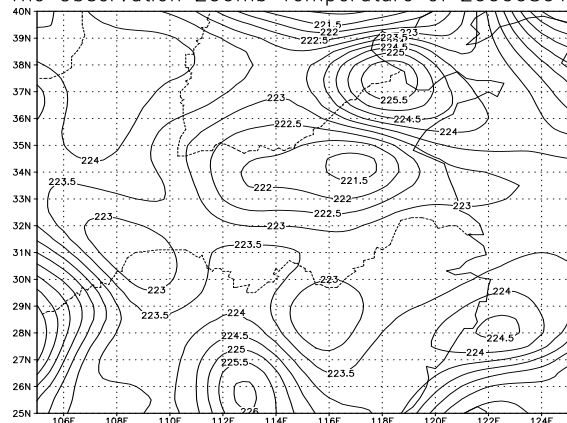


图 32a

The Observation 500mb Temperature of 2000080112

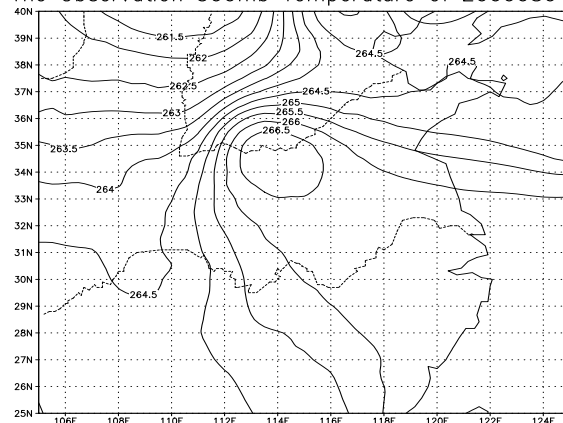


图 33a

The Forecast 200mb Temperature of 2000080112

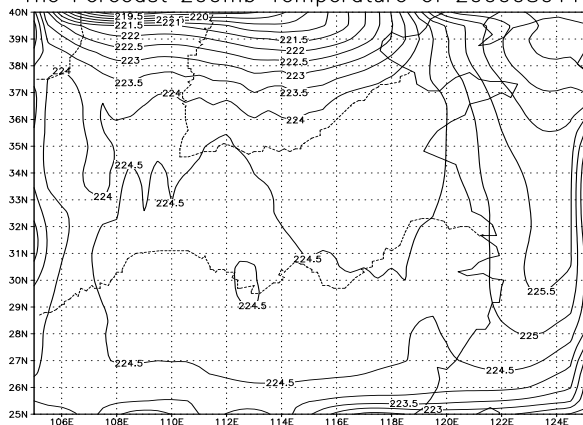


图 32b

The Forecast 500mb Temperature of 2000080112

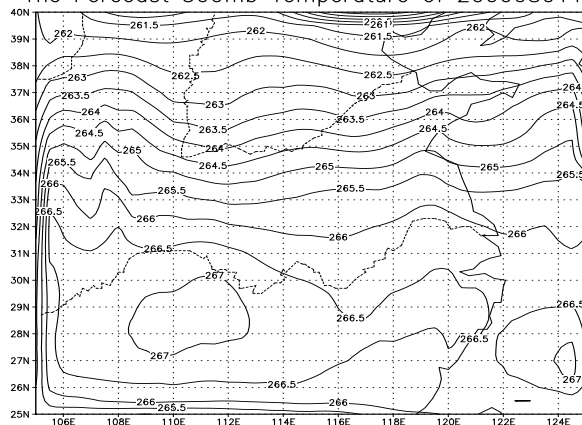


图 33b

The Optimal 200mb Temperature of 2000080112

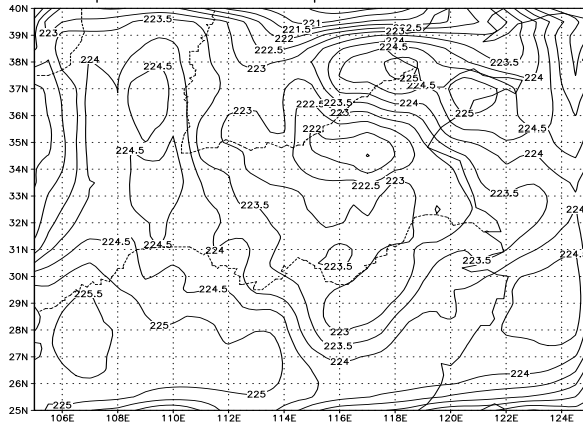


图 32c

The Optimal 500mb Temperature of 2000080112

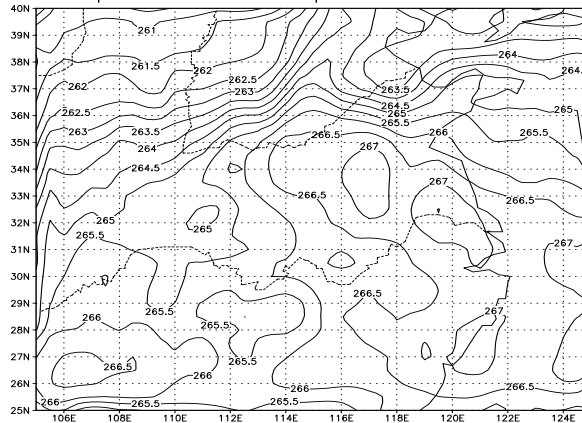


图 33c

图 32 200mb 温度场在同化窗口结束

时预报效果的比较

a. 观测场 b. 同化前预报场

c. 同化后预报场

图 33 500mb 温度场在同化窗口结束

时预报效果的比较

a. 观测场 b. 同化前预报场

c. 同化后预报场

The Observation 700mb Temperature of 2000080112

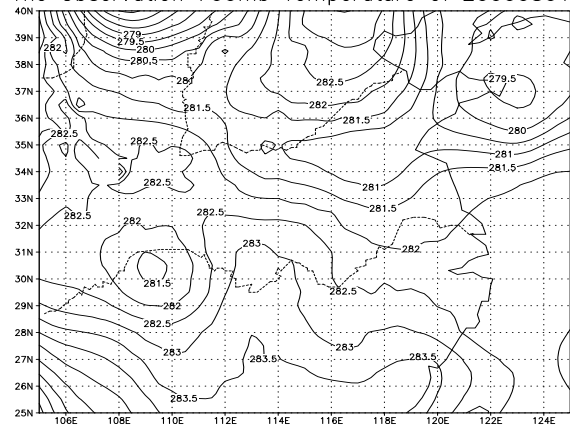


图 34a

The Observation 200mb Geo-Height of 2000080112

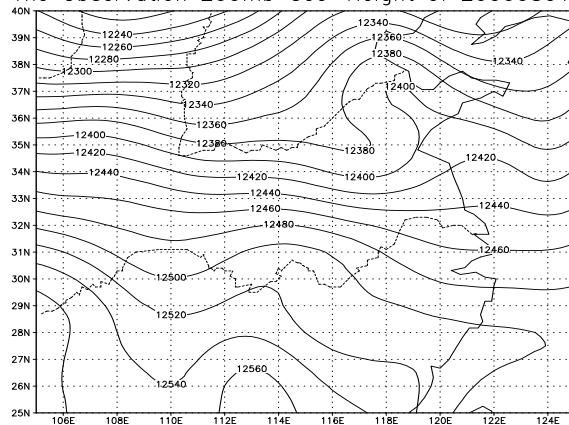


图 35a

The Forecast 700mb Temperature of 2000080112

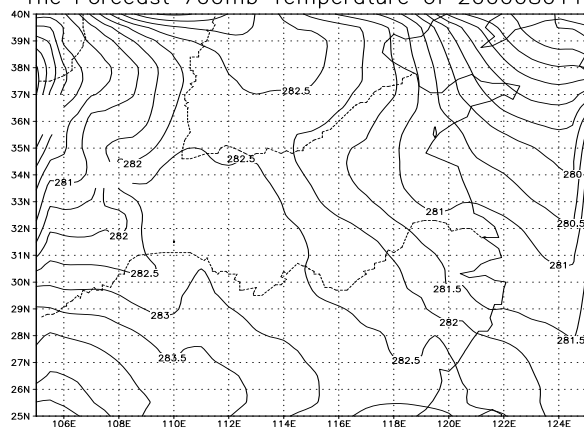


图 34b

The Forecast 200mb Geo-Height of 2000080112

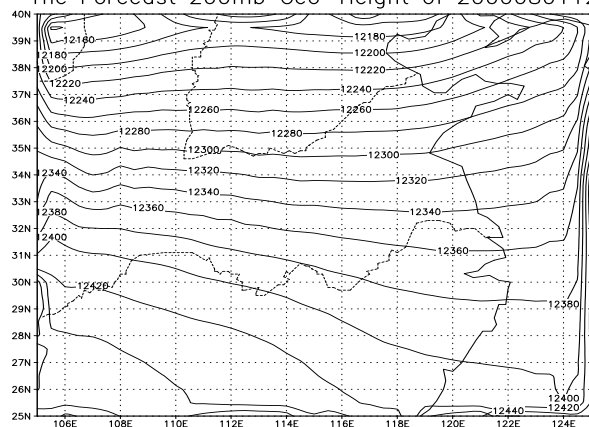


图 35b

The Optimal 700mb Temperature of 2000080112

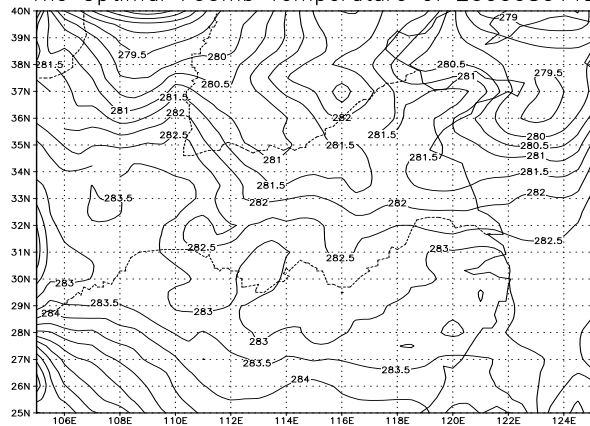


图 34c

The Optimal 200mb Geo-Height of 2000080112

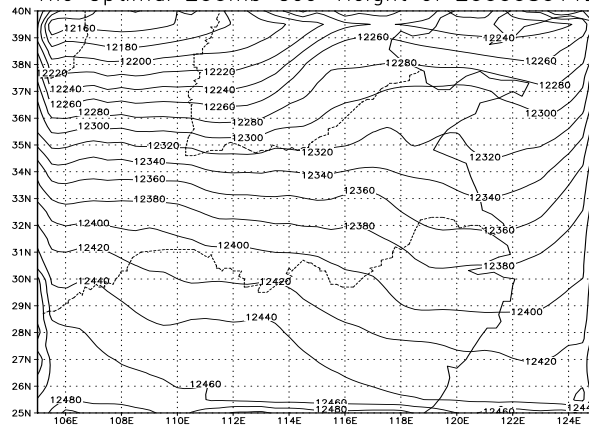


图 35c

图 34 700mb 温度场在同化窗口结束时  
预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 35 200mb 位势高度场在同化窗口  
结束时预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

The Observation 500mb Geo-Height of 2000080112

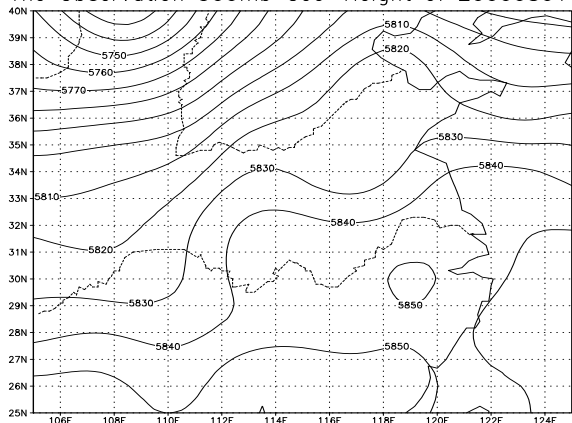


图 36a

The Observation 700mb Geo-Height of 2000080112

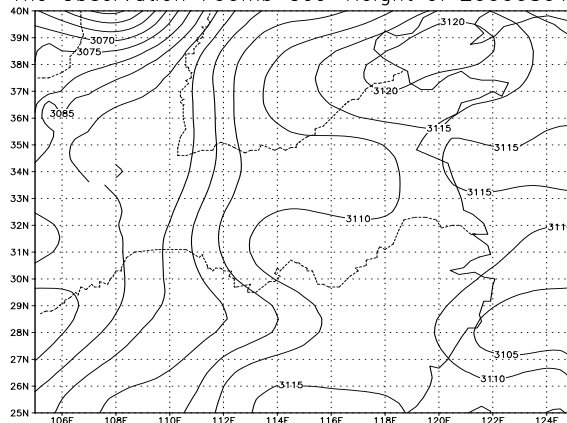


图 37a

The Forecast 500mb Geo-Height of 2000080112

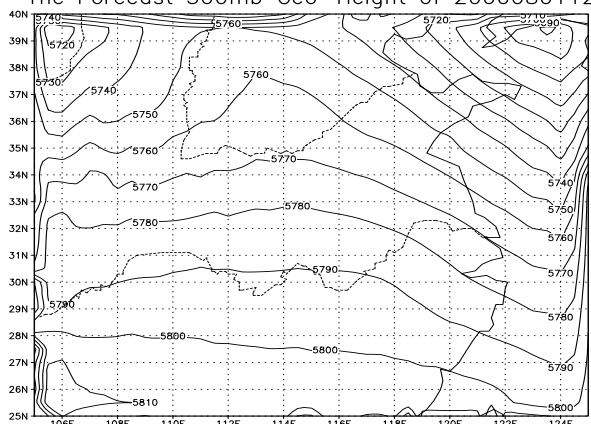


图 36b

The Forecast 700mb Geo-Height of 2000080112

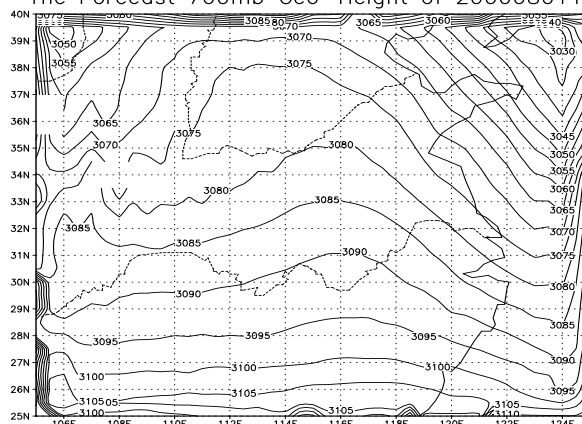


图 37b

The Optimal 500mb Geo-Height of 2000080112

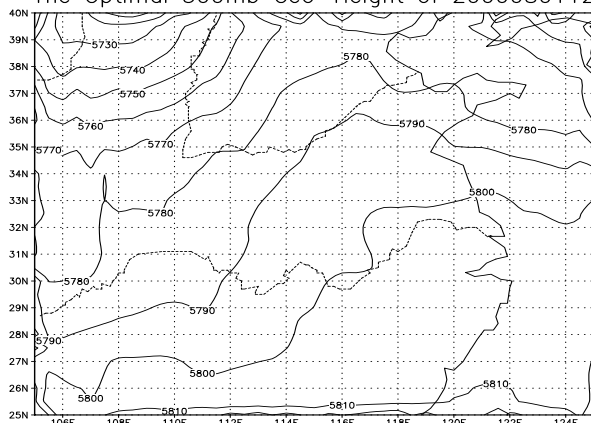


图 36c

The Optimal 700mb Geo-Height of 2000080112

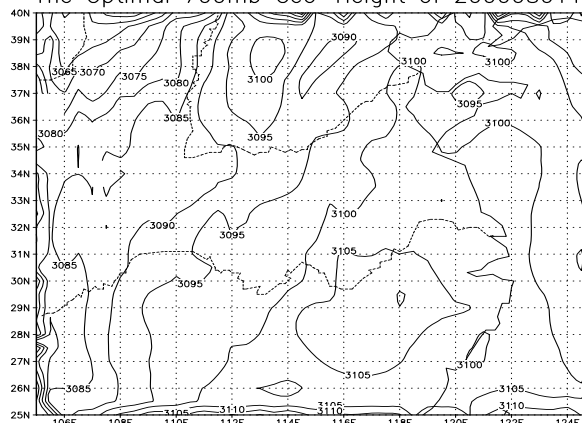


图 37c

图 36 500mb 位势高度场在同化窗口  
结束时预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 37 700mb 位势高度场在同化窗口  
结束时预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

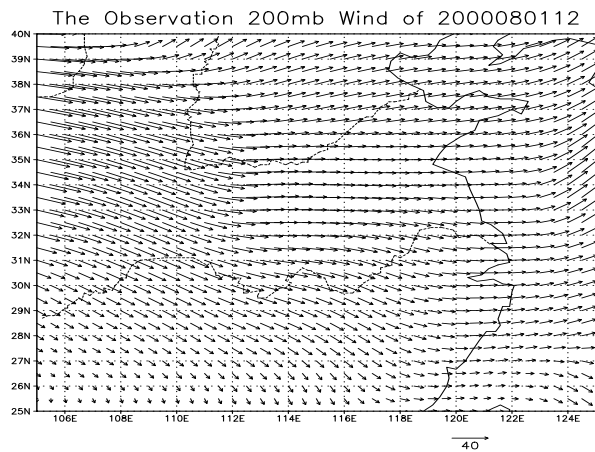


图 38a

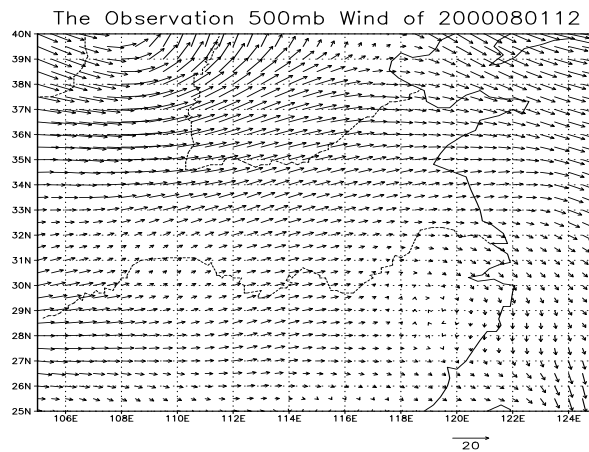


图 39a

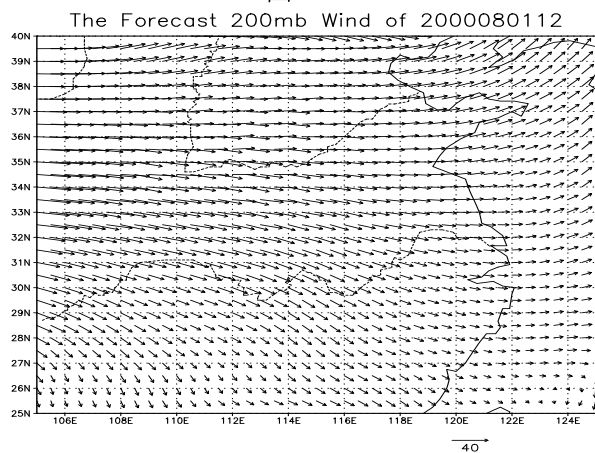


图 38b

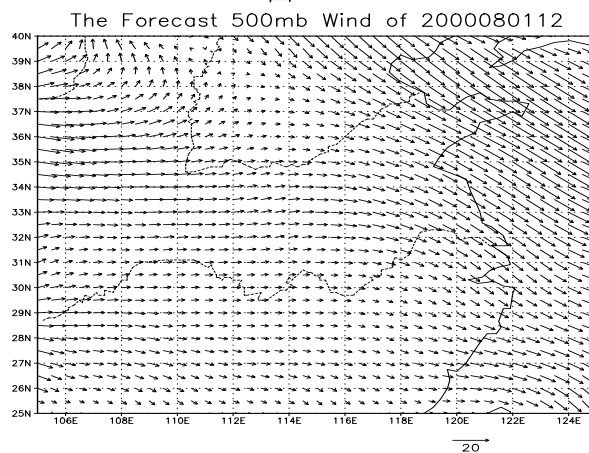


图 39b

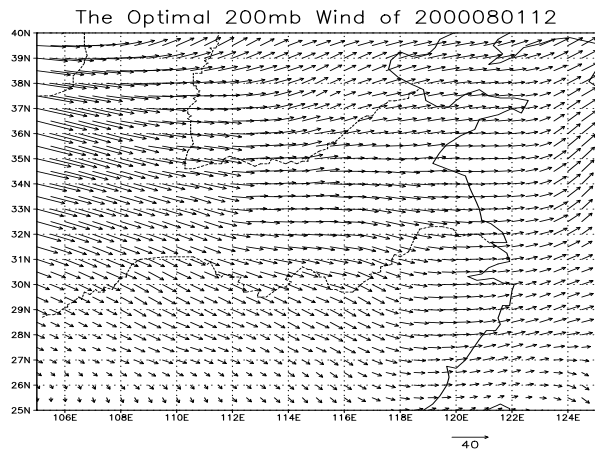


图 38c

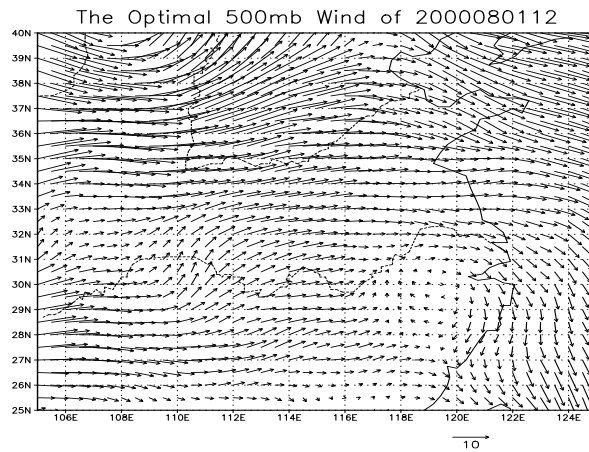


图 39c

图 38 200mb 风场在同化窗口结束时  
预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 39 500mb 风场在同化窗口结束时  
预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

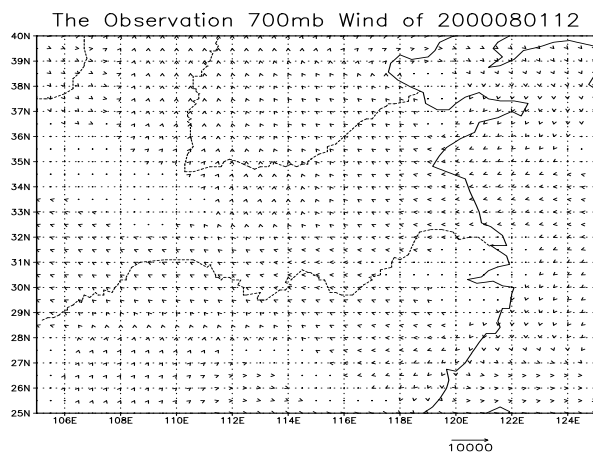


图 40a

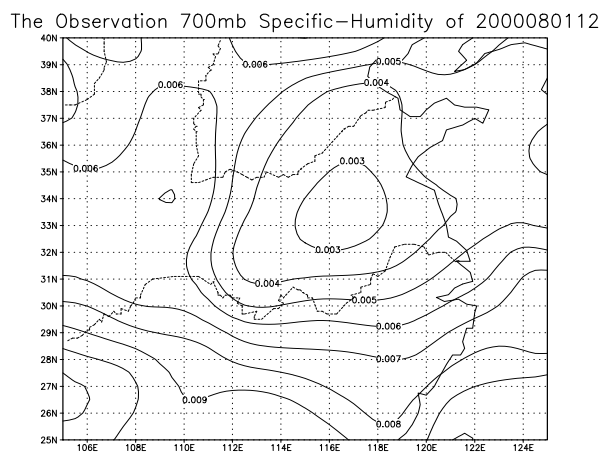


图 41a

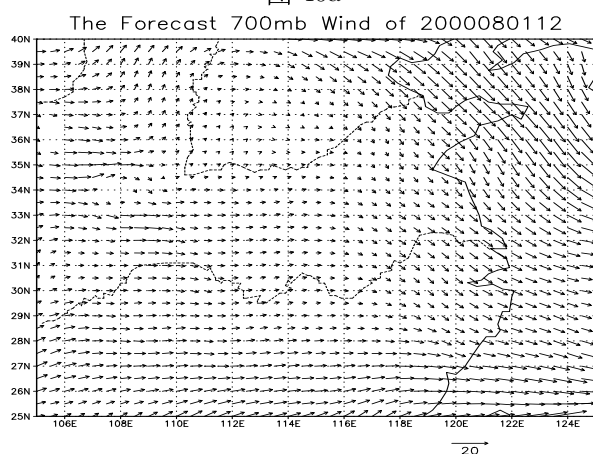


图 40b

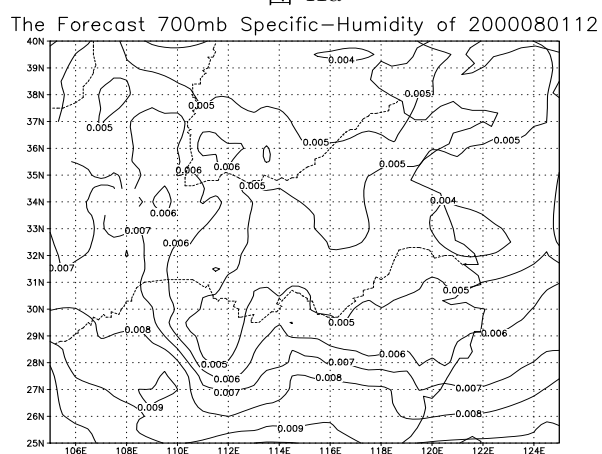


图 41b

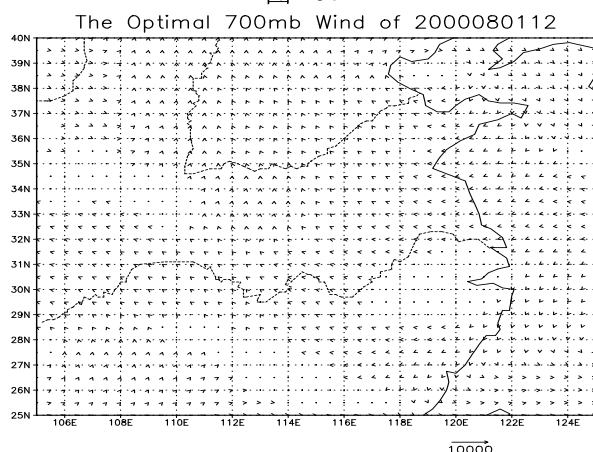


图 40c

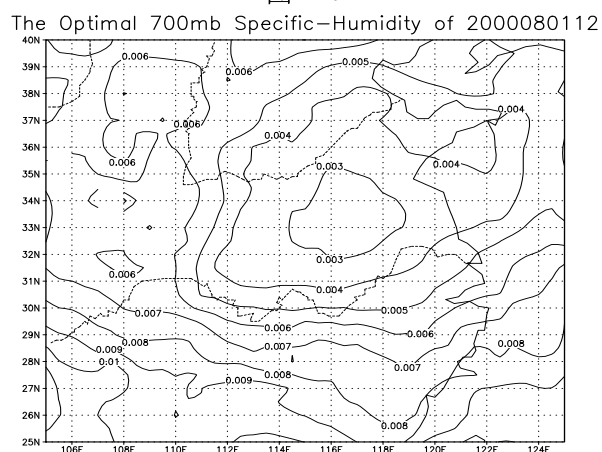


图 41c

图 40 700mb 风场在同化窗口结束时  
预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 41 700mb 比湿场在同化窗口结束  
时预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

延伸预报时段预报效果的比较, 个例二

The Observation 200mb Temperature of 2000080200

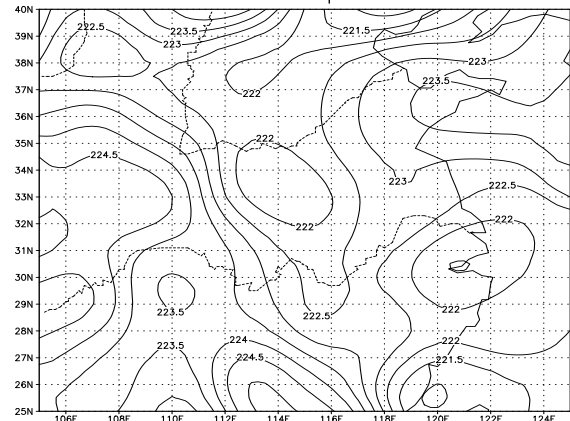


图 42a

The Observation 500mb Temperature of 2000080200

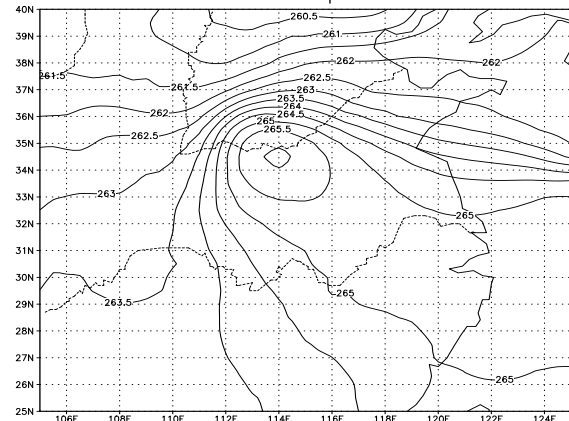


图 43a

The Forecast 200mb Temperature of 2000080200

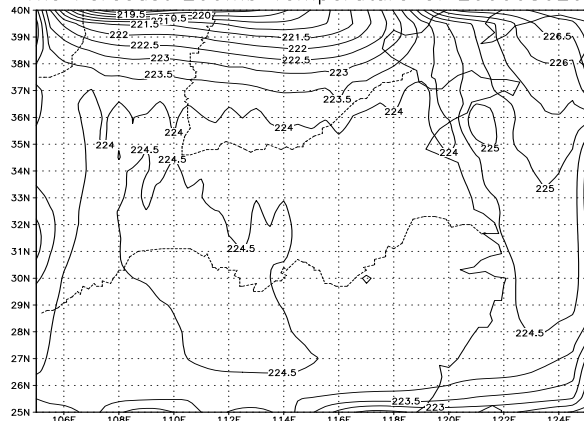


图 42b

The Forecast 500mb Temperature of 2000080200

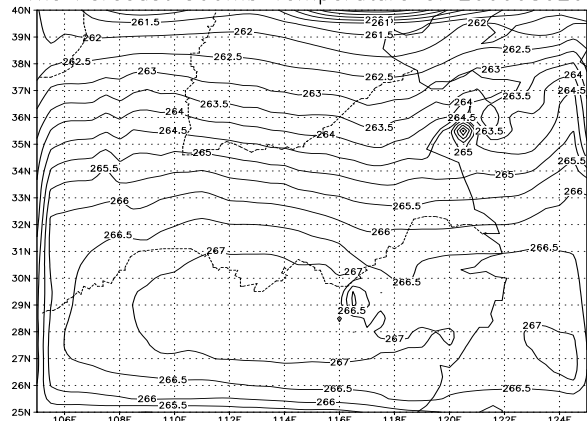


图 43b

The Optimal 200mb Temperature of 2000080200

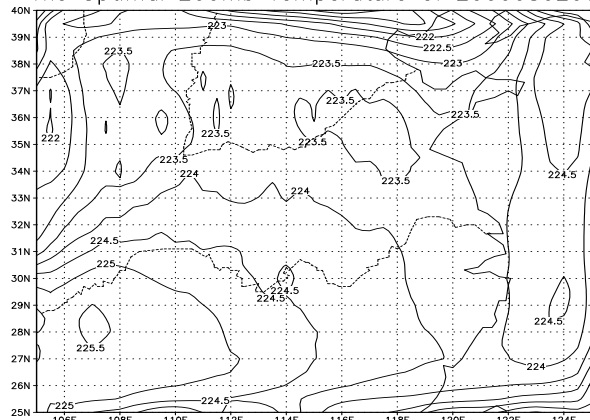


图 42c

The Optimal 500mb Temperature of 2000080200

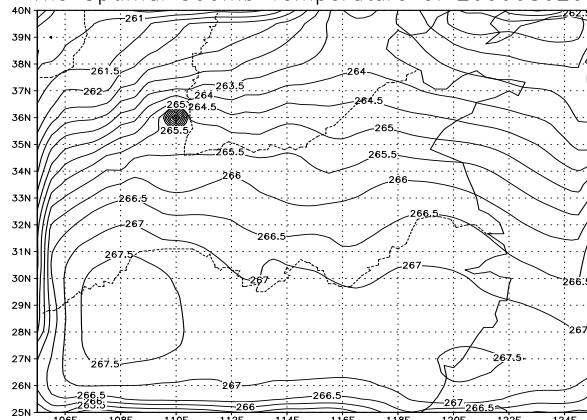


图 43c

图 42 200mb 温度场在延伸预报时段

预报效果的比较

- a. 观测场
- b. 同化前预报场
- c. 同化后预报场

图 43 500mb 温度场在延伸预报时段

预报效果的比较

- a. 观测场
- b. 同化前预报场
- c. 同化后预报场



The Observation 700mb Temperature of 2000080200

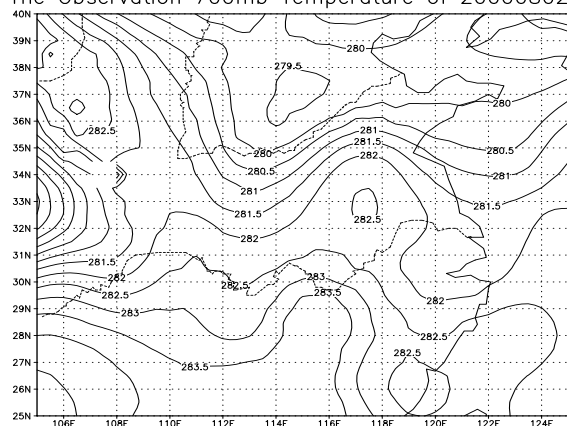


图 44a

The Observation 200mb Geo-Height of 2000080200

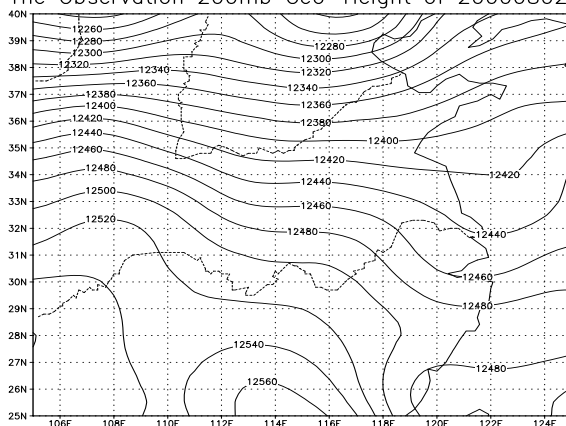


图 45a

The Forecast 700mb Temperature of 2000080200

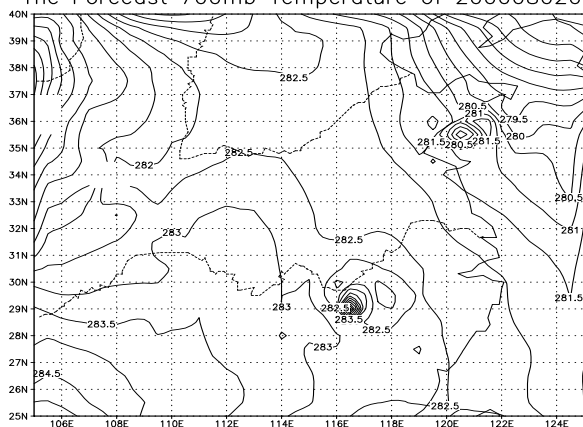


图 44b

The Forecast 200mb Geo-Height of 2000080200

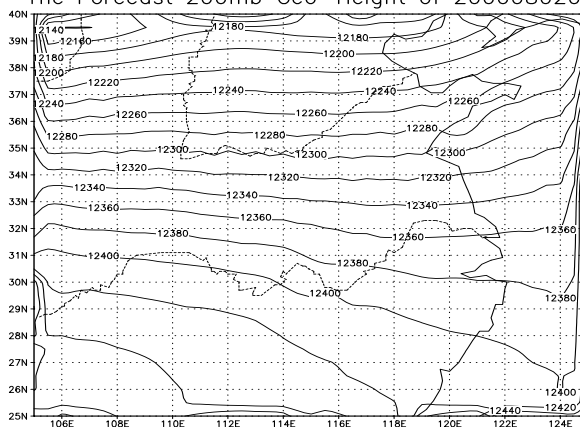


图 45b

The Optimal 700mb Temperature of 2000080200

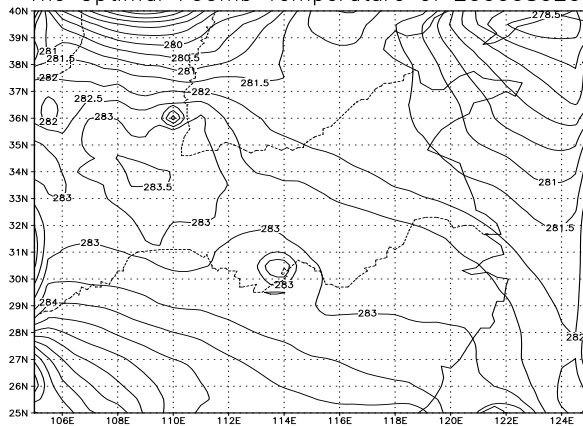


图 44c

The Optimal 200mb Geo-Height of 2000080200

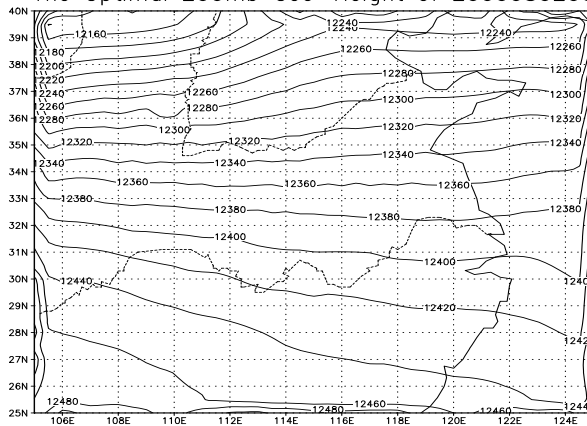


图 45c

图 44 700mb 温度场在延伸预报时段  
预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 45 200mb 位势高度场在延伸预报  
时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

The Observation 500mb Geo-Height of 2000080200

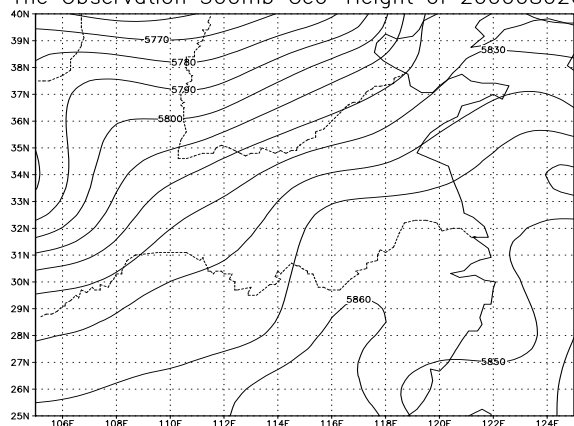


图 46a

The Observation 700mb Geo-Height of 2000080200

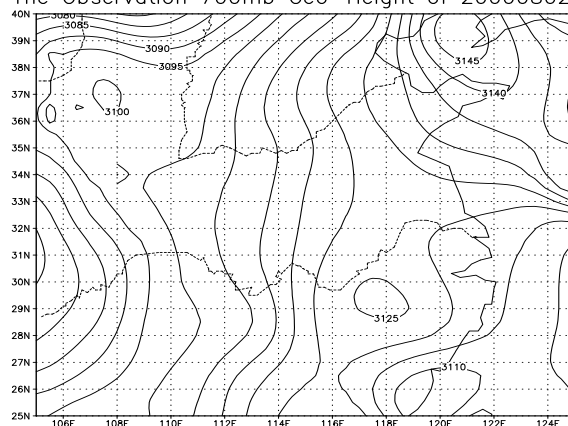


图 47a

The Forecast 500mb Geo-Height of 2000080200

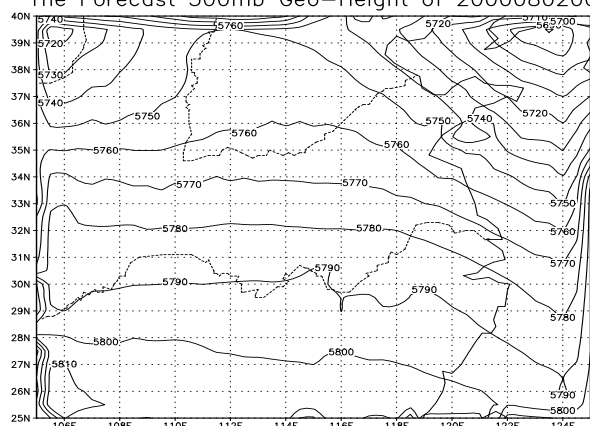


图 46b

The Forecast 700mb Geo-Height of 2000080200

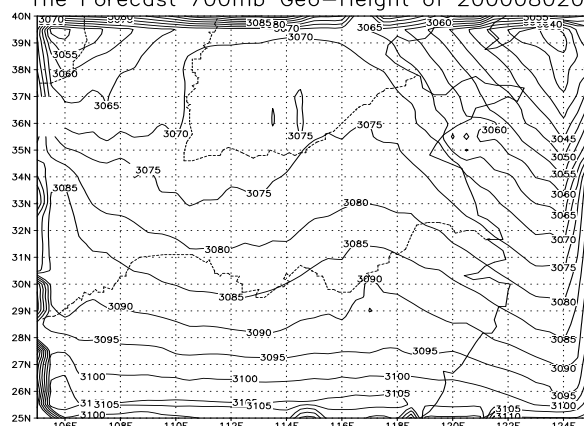


图 47b

The Optimal 500mb Geo-Height of 2000080200

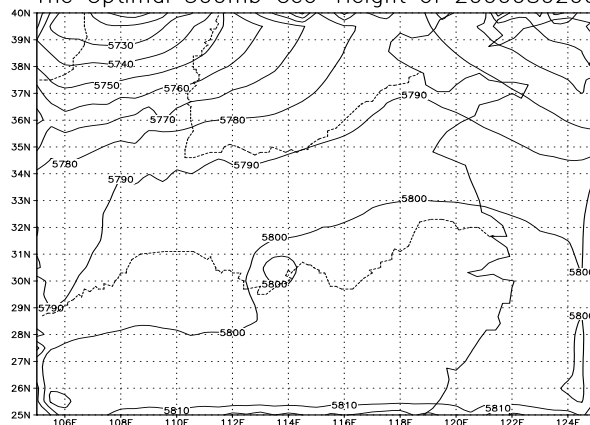


图 46c

The Optimal 700mb Geo-Height of 2000080200

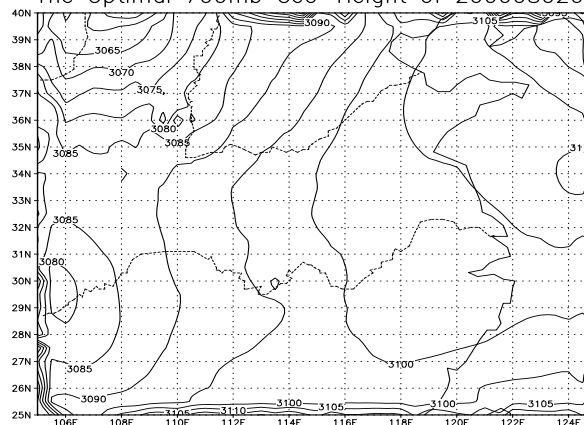


图 47c

图 46 500mb 位势高度场在延伸预报时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 47 700mb 位势高度场在延伸预报时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

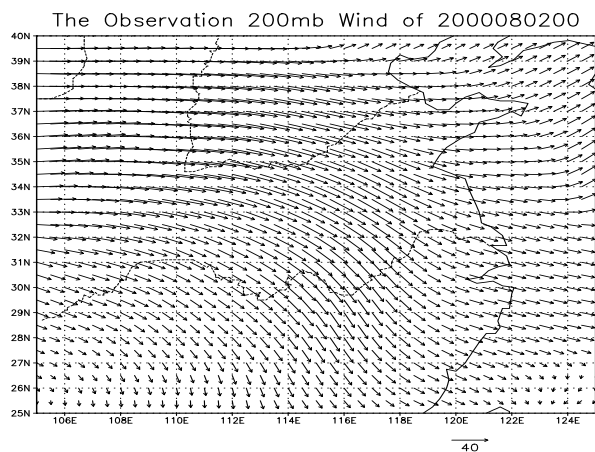


图 48a

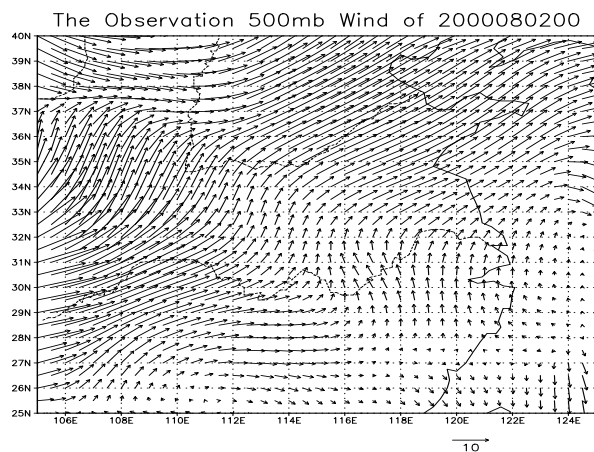


图 49a

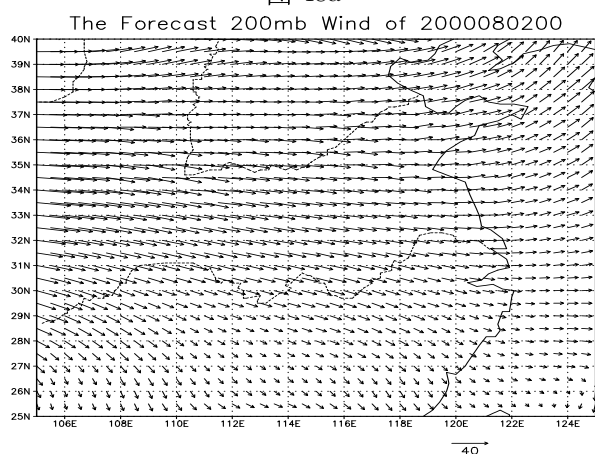


图 48b

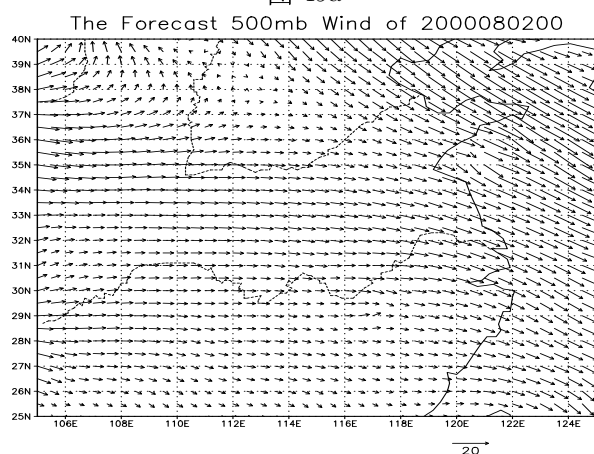


图 49b

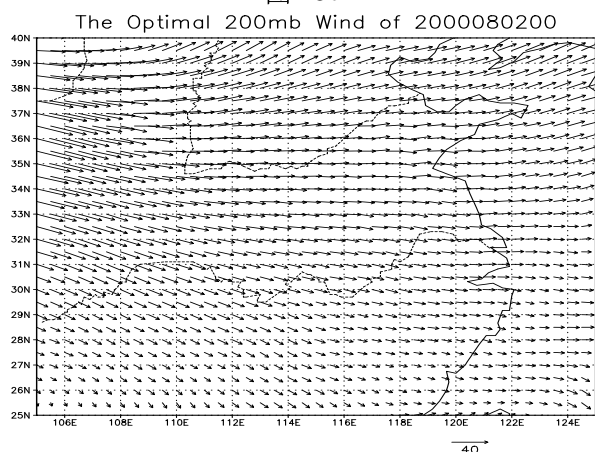


图 48c

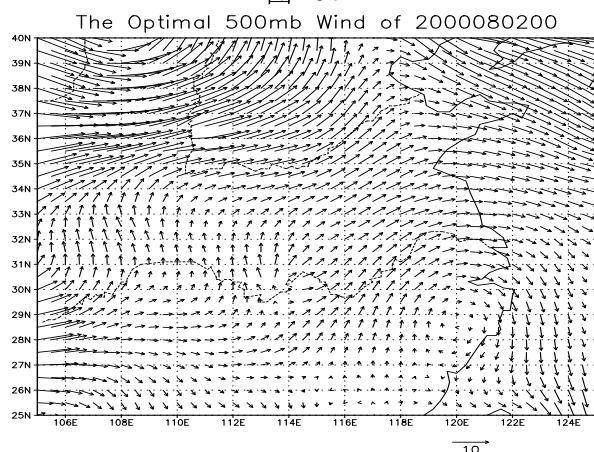


图 49c

图 48 200mb 风场在延伸预报时段预  
报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 49 500mb 风场在延伸预报时段预  
报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

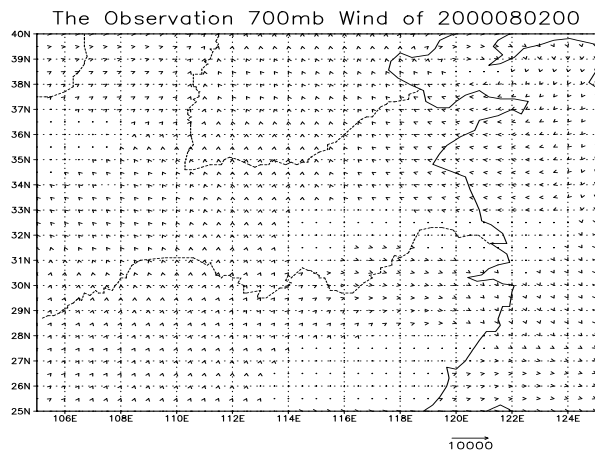


图 50a

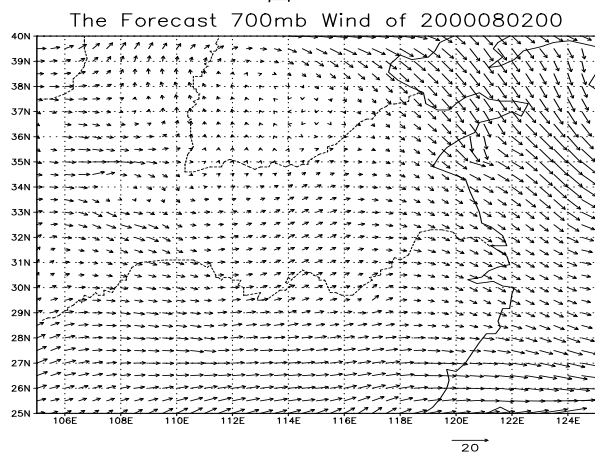


图 50b

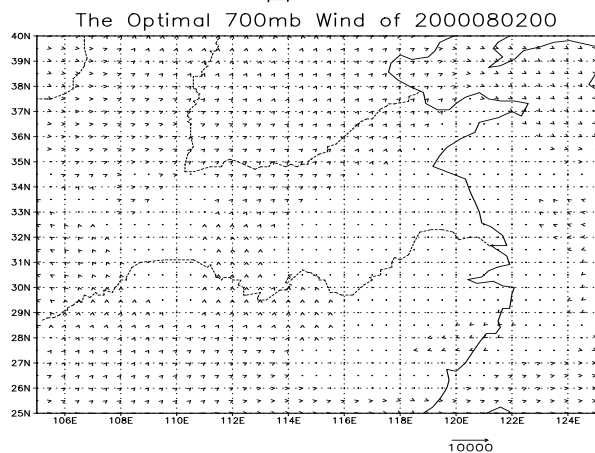


图 50c

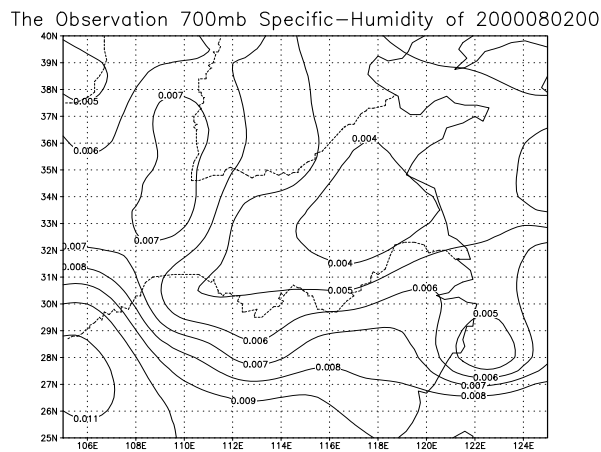


图 51a

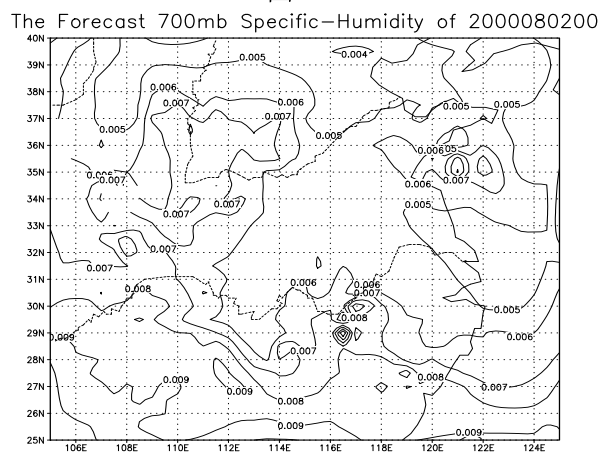


图 51b

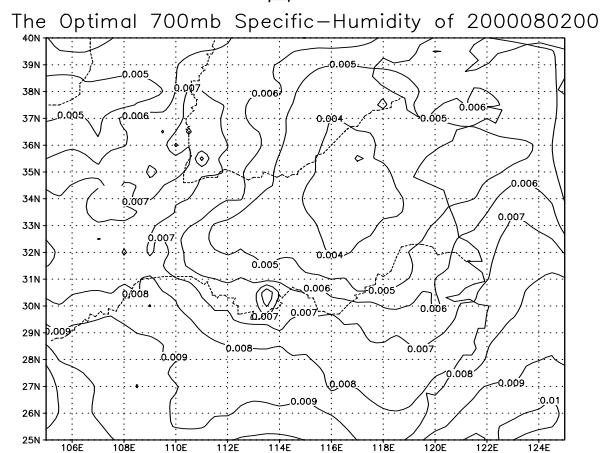


图 51c

图 50 700mb 风场在延伸预报时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

图 51 700mb 比湿场在延伸预报时段预报效果的比较  
a. 观测场 b. 同化前预报场  
c. 同化后预报场

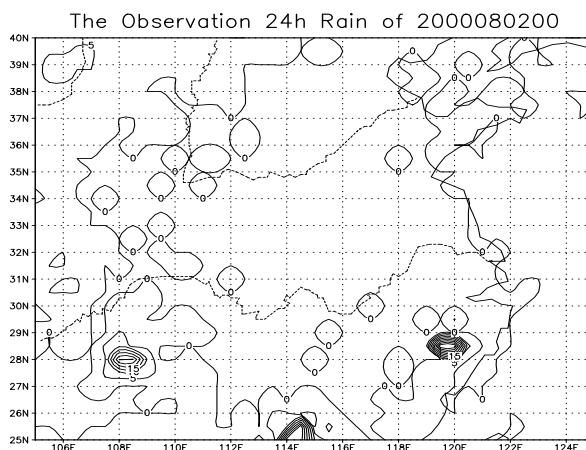


图 52a

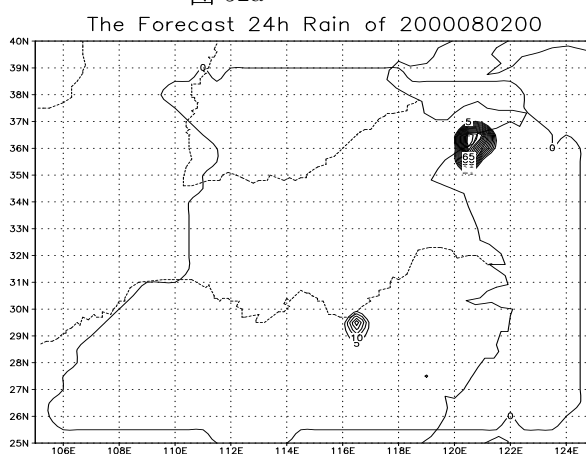


图 52b

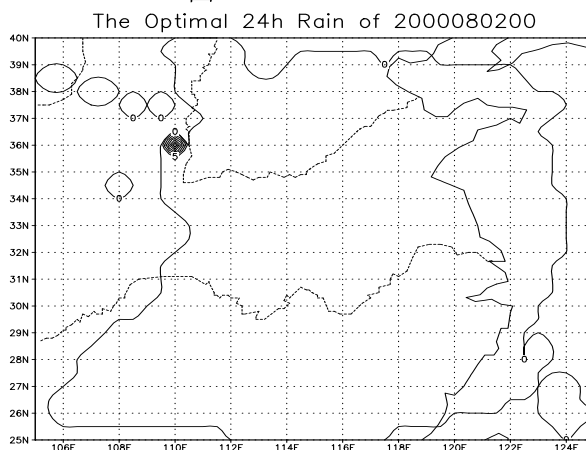


图 52c

图 52 24 小时累积降水场在延伸预报时段预报效果的比较

a. 观测场 b. 同化前预报场

c. 同化后预报场

## 第六章 数值模式误差对降水四维变分资料同化的影响

降水预报一直是数值天气预报的一个重要内容。在中尺度天气系统相关的降水预报研究中,虽然已经取得了一定的成绩,但降水预报还经常会出现空报、漏报及错报的情况。随着四维变分资料同化方法的快速发展,科学家们希望通过应用四维变分资料同化方法改善预报模式的初始场,进而提高降水预报的准确性(X.Zou and Y.-H. Kou,1996)。

从上一章四维变分资料同化的试验研究可以看到,在第一个个例中,进行四维变分资料同化后,REM 模式的预报结果在同化时间窗口结束时刻及在延伸预报时段对要素场和累积降水的预报效果都得到了很大的改善,比同化前的预报结果更接近于观测。在第二个个例中,进行四维变分同化后,虽然 REM 模式在同化时间窗口结束时及在延伸预报时段对要素场的预报有了很大的改善,但在延伸预报时段内对累积降水的预报却没有改善,这种情况通常是由于数值模式误差造成的。

在绪论中我们已经提到,模式初始场中存在误差和数值模式本身存在误差都会导致预报结果的不准确。四维变分资料同化方法实施的一个重要前提条件是假定数值模式是准确的(Perfect),而实际应用的数值模式中往往不可避免地都会存在模式误差。通常,实际应用的数值模式是将大气运动方程进行离散化处理得到的,数值模式误差产生的主要原因可归结为以下两个方面:(1)对实际大气运动中的一些动力过程和一些大气现象产生的物理机制我们还认识不清楚,不能在大气运动方程中准确地进行描述;(2)将大气运动方程进行离散处理时,会带来由于离散方案不同及次网格尺度物理过程等等由于离散引起的误差(Hack, 1994; 龚建东, 1999; Chungu Lu, Gerald L. Browning, D. Orrell, 2002)。

模式误差对四维变分资料同化的影响,已经引起气象工作者的重视,Wergen (1992)指出在变分资料同化中利用有误差的模式作为约束条件会出现严重的问题;邱崇践,郜吉东(1994)利用浅水模式考察了模式误差对四维变分资料同化的影响。他们认为,在变分资料同化过程中,数值模式误差会被转移到同化后的初始场中。

为了考察数值模式存在误差时对累积降水四维变分资料同化的影响,本章利用一无量纲水汽发展方程,研究了不存在模式误差和存在模式误差对四维变分资料同化后累积降水量预报效果的影响,通过考察变分资料同化结果与理想真实大气状态的偏差,进而分析降水四维变分资料同化预报结果对数值模式误差的敏感性。

### §6.1 水汽发展模式

取时间特征尺度为  $10^4$ s,空间特征尺度为  $10^5$ m,速度的特征尺度  $10^1$ m/s,以及水汽的特征尺度为  $10^{-1}$ g/g,将水汽发展方程进行无量纲化。

将无量纲化的水汽方程进行简化并采用时间前差格式和水平中央差格式进行离散, 得到以下形式的水汽发展模式:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \begin{array}{l} q_n^i = 0.2f^i(\vec{q}_{n-1}) + 0.8q_{cn}^i \\ R_n^i = R_{n-1}^i + 0.8(f^i(\vec{q}_{n-1}) - q_{cn}^i) \end{array} & f^i(\vec{q}_{n-1}) \geq q_{cn}^i \\ \begin{array}{l} q_n^i = f^i(\vec{q}_{n-1}) \\ R_n^i = R_{n-1}^i \end{array} & f^i(\vec{q}_{n-1}) < q_{cn}^i \end{array} \right. \quad 1 \leq i \leq M; 1 \leq n \leq N \quad (6.1)$$

其中,

$$f^i(\vec{q}_{n-1}) = \begin{cases} q_{n-1}^i - \left( u_{n-1}^i \frac{(q_{n-1}^{i+1} - q_{n-1}^{i-1})}{2\Delta x} - F_{n-1} \right) \Delta t & 2 \leq i \leq M-1; 1 \leq n \leq N \\ q_{n-1}^i - \left( u_{n-1}^i q_{n-1}^{i-1} - F_{n-1} \right) \Delta t & i = 1; i = M; 1 \leq n \leq N \end{cases} \quad (6.2)$$

在以上离散形式中,  $i$  代表水平格点,  $M$  是模式水平最大格点数,  $n$  代表时间步,  $N$  是积分最大时间步数。  $\vec{u}_n$  为水平风速,  $F_n$  表示大气的水平及垂直扩散、边界层、和辐射等物理过程对水汽的影响,  $q_n^i$  代表比湿,  $q_{cn}^i$  代表饱和比湿。

在时间积分过程中, 采用了分步积分的方法,  $f^i(\vec{q}_{n-1})$  代表模式从第  $n-1$  时间步积分到第  $n$  时间步过程中, 进行降水判断前的中间变量。  $q_n^i$  和  $R_n^i$  分别进行降水判断后第  $n$  时间步的比湿值及累积降水量。在模式积分过程中, 当出现比湿值大于饱和比湿时, 认为有降水产生。考虑到凝结潜热释放会使得一部分凝结又转化为水汽的形式, 模式中将降水触发后水汽的变化进行参数化处理, 只将超过饱和比湿 80% 的比湿作为产生的降水, 其余 20% 仍转化为水汽留在大气中。

取模式的初始场为如下形式:

$$q_0^i = q_0 \left( 1.0 + 0.1 \cos\left(\frac{i\pi}{M}\right) \right) \quad (6.3)$$

这里,  $q_0$  为常数, 不同的  $q_0$  对应于不同的初始场。

水平风速  $u_n^i$  取为:

$$u_n^i = \frac{(M-i)(N+n-1)}{MN} \quad (6.4)$$

为真实反映大气的运动规律, 在对量纲以及实际天气个例的观测资料进行分析的基础上, 取  $F_n$  的值在  $[-2.0, 2.0]$  之间变化, 有如下形式:

$$F_n = F_0 \sin \left( \frac{3\pi(n-1)}{N} + 0.8 \right) + 0.002nF_0 \quad (6.5)$$

其中,  $F_0$  为给定的常数。

饱和比湿  $q_c$  的值取为如下形式:

$$q_{cn} = q_{c0} \left( 0.8 + 0.2 \cos \left( \frac{3\pi(n-1)}{N} \right) \right) \quad (6.6)$$

其中,  $q_{c0}$  为给定的常数。

## §6.2 试验设计及分析

在上面给出的水汽发展模式, 取水平最大格点数  $M=20$ , 预报时间窗口为  $[0, 120]$ , 对应于 24 小时积分时间; 取时间段  $[0, 30]$  为同化时间窗口, 相当于 6 小时预报,  $[30, 120]$  则为模式延伸预报时间段 (图 1)。模式积分中, 时间步长取为时间窗口的倒数, 即  $\Delta t = 0.008$ 。



图 1 模式的同化窗口及延伸预报时段

### §6.2.1 目标函数及其梯度

本章试图讨论模式误差对降水四维变分资料同化的影响, 首先在目标函数中没有考虑背景场作用, 对不同的模式误差情况进行分析。在同化时间窗口内, 给出如下形式的目标函数:

$$J(Q_0) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{T_1} (Q_n - Q_n^o)^T (Q_n - Q_n^o) + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{T_1} (R_n - R_n^o)^T (R_n - R_n^o) \quad (6.7)$$

其中,  $T_1 = 30$  代表同化时间窗口,  $Q_n$  和  $R_n$  分别为数值模式  $M_n(Q_0)$  预报的比湿和累积降水量,  $Q_n^o$  和  $R_n^o$  分别是比湿和累积降水量的观测场。数值试验中使用的观测场不是实际天气个例观测场, 是由数值模式生成的理想观测场。

进行四维变分资料同化前, 首先要正确写出该数值模式的切线性模式及伴随模式, 并给出正确性检验。检验结果如表 1、表 2。



切线性检验
-------

表 1 切线性检验

伴随检验
------

表 2 伴随检验

对代价函数 (6.7) 进行了梯度检验, 检验结果如表 3。

梯度检验
------

表 3 梯度检验

### §6.2.2 数值试验

为了消除模式初始场中存在的误差, 目前比较常用的方法是四维变分资料同化方法。采用四维变分资料同化方法, 通常假设采用的数值模式存在很小的误差或者没有模式误差。在此情况下, 利用同化时间窗口内各种观测信息, 通过非线性优化得到理想的模式初始场。

然而, 实际采用的降水数值模式通常会存在模式误差, 那么, 模式误差会对降水四维变分同化有什么影响呢? 下面就数值模式不存在误差和存在误差这两种情况, 针对同化时间窗口内不同降水预报情况, 对四维变分资料同化后的模式初始场及变分资料同化后的降水预报结果进行数值试验和分析。

为了衡量模式预报结果对观测场的偏离程度, 取:

$$\begin{aligned}
 Ri_n &= \sqrt{\sum_{i=1}^M (x_n^i - x_n^{oi})^2} \\
 Ri_n^o &= \sqrt{\sum_{i=1}^M (x_n^{oi})^2}
 \end{aligned}
 \tag{6.8}$$

其中,  $x_n$  代表数值模式在第  $n$  时刻预报的比湿和累积降水量场,  $x_n^o$  代表在第  $n$  时刻的比湿和累积降水量的观测场。用  $Ri_n$  表示累积降水量预报结果与观测场之间的偏差,  $\frac{Ri_n}{Ri_n^o}$  表示四维变分资料同化处理后的比湿初始场与理想比湿初值的差值和初始观测场之比。

### §6.2.3 不存在模式误差

首先, 对没有模式误差的情况进行讨论。假定所采用的数值模式是准确的, 数值模式预报结果的不确定是由初始误差引起的。这时, 分别利用同化时间窗口内不存在

观测误差和存在观测误差的观测场, 对不同的初始误差进行了降水四维变分资料同化试验。

取  $F_0=1.3$  和  $q_{c0}=0.6$ , 通过公式 (6.5)、(6.6) 分别产生数值模式的  $F_n$  和饱和比湿值  $q_c$ 。由公式 (6.3), 令  $q_0=0.3$  和  $q_0=0.45$ , 我们可以得到两个个例的模式初始场  $q_0^i$  ( $i=1,2$ )。

以  $q_0^i$  为初值积分数值模式, 将同化时间窗口内的积分结果作为比湿与累积降水量的真实状态。再将积分结果上叠加一随机扰动作为有观测误差的观测场。 $q_0=0.3$  个例在同化窗口中没有降水产生,  $q_0=0.45$  个例在同化窗口内有降水产生。

然后, 取代价函数形式如 (6.7), 对两个个例进行四维变分资料同化试验。通过在真实初始场  $q_0^i$  上叠加不同的误差  $\varepsilon$  作为数值模式初猜场进行数值试验, 结果表明, 当同化窗口内的观测场没有误差或者误差很小时, 利用四维变分资料同化方法进行处理, 可以有效地找到接近真实大气的模式初始场, 即使数值模式的初猜场误差比较大,  $\varepsilon$  达到真实初始场的 50% 时, 进行变分资料同化处理后仍能找到接近于真实大气的模式初始场 (图略)。

当同化时间窗口内的观测场没有观测误差时, 对于同化时间窗口内没有降水个例, 利用四维变分资料同化方法找到的数值模式初始场与真实场完全相同, 利用该初始场所作的预报在同化窗口内及延伸预报窗口内与观测场完全相同; 对同化时间窗口有降水个例, 变分同化处理后找到的数值模式初始场与真实场也完全相同, 利用该初始场所作的预报在同化窗口内及延伸预报时段, 也同样得到了与观测场一致的预报结果。

当同化窗口内的观测场存在一定的误差时, 在数值模式本身准确的情况下, 变分资料同化时间窗口内的观测场质量对同化后的结果也存在有很大的影响。在四维变分资料同化时, 通常在代价函数中加入观测算子的协方差矩阵来消除同化窗口内观测场的误差, 这里不作讨论。

通过以上数值试验, 可以得到以下结论, 当数值模式是完全准确的, 在同化时间窗口内的观测场没有误差或者误差很小的情况, 四维变分资料同化方法能够很好地发挥作用, 有效地找到大气的真实初始场, 也是我们通常概念下所希望得到的结果。

#### §6.2.4 存在模式误差

下面, 对存在模式误差的情况进行讨论。为了清楚地说明存在模式误差时对降水过程四维变分资料同化处理的影响, 可以假定在同化时间窗口内的观测场没有观测误差, 就是大气的真实状态; 或者假定观测算子的协方差矩阵已经处理的非常好, 可以消除同化窗口内观测误差的影响。这里假定同化窗口内的观测场是没有误差的, 观测序列由数值模式产生。

实际应用的数值模式中, 模式误差可以在很多物理过程中体现。本文将简单比湿发展数值模式中的误差主要归结在两部分, 一部分是降水产生前的物理过程中存在的误差, 体现在  $F_n$  部分, 另一部分则是在产生降水的物理过程中存在的误差, 体现在降

水产生的临界条件  $q_c$ 。

当  $F_n$  这部分物理过程处理不当时，会使数值模式不能够正确地反映水汽的增长及输送结果，影响降水产生的大尺度背景条件，使降水产生的时间提前或推迟，甚至不能产生降水，出现空报、漏报及错报的现象（尹宏等，2000；陈静等，2003）。

如果对降水方案及降水产生后进行的温度及湿度场调整等降水部分物理过程处理不当时，则会影响降水产生的条件  $q_c$ ，对降水量产生的大小有很大影响（Hack,1994；张大林，1998）。

在实际数值天气预报中，这两种模式误差会因天气个例的不同而单独作用，或者两种误差共同作用并且相互反馈，因而所带来的影响也不尽相同。

将降水产生前物理过程的误差取在振幅和位相两部分，有时比较小的位相偏差也会引起比较大的差异，在试验中取  $F_n$  最大误差不超过  $F_n$  值的 20%。

根据饱和比湿的计算公式：

$$q_c = 0.622 \left( \frac{e_s}{p} \right) \quad (6.9)$$

$$e_s = E_0 10^{\left( \frac{7.45t}{235+t} \right)}$$

其中， $e_s$  代表饱和水汽压， $p$  代表气压， $E_0=6.1078$  是  $0^\circ\text{C}$  时饱和水汽压的值， $t$  代表水汽的温度。对于 850mb 标准层上的大气，当温度有  $0.5^\circ\text{C}$  误差时，饱和比湿会产生 3-4% 的误差，当温度有  $1.0^\circ\text{C}$  误差时，饱和比湿会产生 7-8% 的误差；对于 700mb 的标准层上的大气，饱和比湿的误差范围与 850mb 大致相同。下面数值试验中，将体现降水物理过程模式误差的饱和比湿  $q_c$  部分的误差，取为最大不超过饱和比湿值的 10%。

仍使用上面的两个个例，由公式 (6.3)，取  $q_0=0.3$  和  $q_0=0.45$ ，我们可以得到两个个例的模式初始场  $q_0^i$  ( $i=1,2$ )。利用没有模式误差的数值模式分别对  $q_0^i$  积分，将积分结果作为同化窗口内比湿与累积降水量的观测序列。然后，取数值模式的初猜场为  $q_0^{i\epsilon} = (1 + 0.1)q_0$ ，利用有误差的数值模式分别对模式初猜场进行积分并进行四维变分资料同化处理。

将同化前后的数值模式预报效果按以下步骤进行比较：

- 使用有误差的数值模式对模式初猜值在整个预报时段进行累积降水量的预报。
- 由公式 (6.8) 计算累积降水量的预报结果与其相应观测场的均方根差。
- 取代价函数泛函如 (6.7) 形式，在同化窗口内进行四维变分资料同化。利用变分同化后的数值模式最优初始场，使用有误差的数值模式在整个预报时段进行累积降水量的预报。
- 由公式 (6.8) 中的  $Ri_n$ ，计算变分资料同化后累积降水量的预报结果与相应观测场的均方根差。

- 由公式 (6.8) 中的  $\frac{Ri_0}{Ri_0^0}$ , 计算变分资料同化后的初始比湿场与真实初始观测场的差值与真实初始观测场本身之比。

个例一

取  $q_0=0.3$  得到模式初始场  $q_0^1$ , 这个个例在同化时间窗口内没有降水产生, 而在延伸预报时间段里, 有降水产生。由公式 (6.5)、(6.6), 分别在  $F_n$  和  $q_c$  上叠加一个误差, 取  $F_n$  和  $q_c$  的误差都在振幅上变化。这个个例中, 增加  $F_n$  的值或者减少  $q_c$  的值都会引起数值模式预报的降水时间提前, 在同化窗口中预报出虚假的降水, 产生空报。记有误差  $F_n$  和  $q_c$  为  $F_n^e$  和  $q_c^e$ , 有:

$$\begin{aligned} F_n^e &= F_n + \varepsilon_1 F_0 \\ q_c^e &= q_c + \varepsilon_2 q_{c0} \end{aligned} \tag{6.10}$$

取  $\varepsilon_1$  在  $[0, 0.2]$ ,  $\varepsilon_2$  在  $[-0.1, 0]$  变化, 共设计了 12 组试验,  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  取值如表 4。

--

表 4 数值模式的误差

按前面给出的步骤对上述不同的模式误差进行了试验分析, 分别比较了 12 组试验中进行四维变分资料同化前后降水的预报结果与观测场的差值  $Ri_n$ , 并计算了变分资料同化后的初始比湿场与真实初始观测场的差值与真实初始观测场本身之比  $\frac{Ri_0}{Ri_0^0}$ 。通过对比发现, 由于数值模式误差的作用, 12 组试验的预报结果在同化时间窗口内都出现虚假降了水, 并且随着数值模式误差的增大其预报误差同样增大。进行四维变分资料同化后, 12 组试验都可以明显改善同化时间窗口内累积降水量的预报, 使虚假的累积降水量预报减少, 并且使得产生降水的时间延迟, 在延伸预报时段累积降水量的预报效果也有明显改善。下面重点给出试验 5 和试验 10 的分析结果。

试验 5 中,  $\varepsilon_1$  的误差取为 10%,  $\varepsilon_2$  的误差取为 -10%。由于模式误差的作用, 使得模式预报场在第 21 步开始产生降水, 进行四维变分同化后, 将预报场的降水时间推迟到第 27 步, 到同化窗口结束第 30 步时, 累积降水量预报值与观测场之间的偏差由同化前的 0.5 降到了同化后的 0.1, 下降了 0.4。在延伸预报时段, 由于又有降水产生, 数值模式降水部分物理过程误差起作用, 使得变分资料同化后的预报效果降低, 到最终预报时刻 120 步时, 累积降水量预报值与观测场之间的偏差由同化前的 0.99 降到了同化后的 0.78, 降低了 0.21, 试验结果如图 2. 所示。

--

图 2 空心圆点表示同化前的累积降水量预报与观测场的偏差

实心圆点表示同化后的累积降水量预报与观测场的偏差

试验 10 中,  $\varepsilon_1$  的误差取为 3%,  $\varepsilon_2$  的误差取为 -3%。数值模式的误差很小, 同化窗口内累积降水量预报值与观测场之间的偏差只有 0.037, 进行四维变分资料同化后完全消除了虚假降水。在延伸预报时段, 由于有降水产生, 数值模式降水部分物理过程误差开始起作用, 到最终预报时刻 120 步时, 虽然预报结果比同化前有所改善, 累积降水量预报值与观测场之间的偏差仍有 0.23, 试验结果如图 3. 所示。



图 3 空心圆点表示同化前的累积降水量预报与观测场的偏差

实心圆点表示同化后的累积降水量预报与观测场的偏差

对比四维变分资料同化后得到的模式初始场和真实比湿初始场的差值与真实比湿初始场本身之比  $\frac{R_{i0}}{R_{i0}^0}$  可以看到, 在试验 5 中, 进行四维变分同化后得到数值模式初始场与真实大气的偏离最大,  $\frac{R_{i0}}{R_{i0}^0}$  为 5.2%。在试验 10 中, 进行四维变分资料同化后得到的数值模式初始场几乎与真实大气相同,  $\frac{R_{i0}}{R_{i0}^0}$  只有 1.4%。

数值试验结果表明, 由于存在模式误差, 进行四维变分资料同化后得到的比湿初始场并不是真实比湿的初始状态, 而是与真实比湿初始状态有一定偏差的初始场, 其偏差大小随着数值模式误差的增大而越来越严重。当同化时间窗口内的数值模式误差很小时, 进行四维变分资料同化处理可以找到真实的比湿初始场; 但由于在延伸预报时段内有降水产生, 降水物理过程的模式误差发生作用, 其累积降水量的预报虽然相对于同化前有所改善, 但与真实场仍存在一定的偏差, 如果这个偏差超出可接受范围, 这时同化后的预报结果仍然是失败的。

## 个例二

取  $q_0=0.45$  得到模式初始场  $q_0^2$ , 这个个例在同化时间窗口内和延伸预报时间段里都有降水产生。由公式 (6.5)、(6.6), 分别在  $F_n$  和  $q_c$  上叠加一个误差, 取  $F_n$  的误差在位相和振幅上都有变化, 同化时间窗口内误差叠加在位相上, 延伸预报时段内将误差叠加在振幅上;  $q_c$  的误差只在振幅上变化。这个个例中, 减少  $F_n$  的值或者增加  $q_c$  的值都会引起数值模式预报结果中降水的产生时间推迟, 在同化窗口中不能预报出降水或对降水量预报不准确, 产生漏报或错报。记有误差的  $F_n$  和  $q_c$  为  $F_n^e$  和  $q_c^e$ , 有:

$$F_n^e = \begin{cases} F_0 \sin \left( \frac{3\pi(n-1)}{N} + 0.8 + \varepsilon_1 \right) + 0.002nF_0 & n \leq 40 \\ F_n + 0.1F_0 & n > 40 \end{cases} \quad (6.11)$$

取  $\varepsilon_1$  在  $[-0.2, 0]$ ,  $\varepsilon_2$  在  $[0, 0.1]$  之间变化, 共设计了 12 组试验,  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  取值如

表 5。

--

表 5 数值模式的误差

同样,按前面给出的步骤对上述 12 组不同的模式误差进行了试验分析,比较了 12 组试验中进行四维变分资料同化前后降水的预报结果与观测场的差值  $Ri_n$ ,并计算变分资料同化后的初始比湿场与真实初始观测场的差值与真实初始观测场本身之比  $\frac{Ri_0}{Ri_0^0}$ 。通过对比可以发现,在这个个例的 12 组试验中,由于数值模式本身存在误差,使得模式预报结果在同化时间窗口内没有预报出降水,或者对降水产生的时间及累积降水量的预报有误差,预报误差的大小随着数值模式误差的不同而变化。下面重点给出对试验 1 和试验 5 的分析。

在试验 1 中,在  $F_n$  部分加上一个 -0.2 的位相差,  $q_c$  部分加入 10% 的误差,在同化时间窗口内累积降水量的预报与观测场之间的偏差达 0.35,而在延伸预报时段由于模式误差随着时间的变化,在降水产生后又对预报结果产生影响,在最终预报时刻,累积降水量的预报与观测场之间的偏差只有 0.07,预报效果反而变好。这时,模式误差带来的对累积降水量的预报要比个例一的情况复杂。进行变分资料同化处理后,在试验 1 中,进行四维变分资料同化处理后,在同化时间窗口内累积降水量与观测的偏离程度由 0.35 降低到了 0.02,在延伸预报中,直到再次产生降水前,累积降水的预报结果同样好于同化前,第 96 步产生降水后,由于降水物理过程中误差的作用,又使得变分资料同化后的预报结果差于同化前的预报,累积降水量与观测的偏离程度由 0.07 反而增加到了 0.46,如图 4 所示。



图 4 空心圆点表示同化前的累积降水量预报与观测场的偏差  
实心圆点表示同化后的累积降水量预报与观测场的偏差

在试验 5 中,在  $F_n$  部分加上一个 -0.2 的位相差,相当于增加了 -17% 的误差,在同化窗口结束时,累积降水量的预报与观测场之间的偏差达 0.15,到最终预报时刻,累积降水量的预报与观测场之间的偏差增加到 0.30。进行四维变分资料同化后,在同化时间窗口内累积降水量与观测的偏离程度由 0.15 降低到了 0.02,到同化窗口刚结束第 38 步时,累积降水量的预报与观测偏差已经开始差于同化前,第 44 步降水结束时,比同化前差了 0.08,到延伸预报最后阶段,第 96 步时又有降水产生,最终预报时刻时累积降水量的预报与观测场偏差比同化前差了 0.18。如图 5 所示。



图 5 空心圆点表示同化前的累积降水量预报与观测场的偏差  
实心圆点表示同化后的累积降水量预报与观测场的偏差

对比四维变分资料同化后得到的模式初始场和真实比湿初始场的差值与真实比湿初始场本身之比  $\frac{R_{i0}}{R_{i0}^0}$  可以看到, 在试验 4 中,  $\frac{R_{i0}}{R_{i0}^0}$  只有 1%, 几乎就是真实大气状态。在试验 9 中,  $\frac{R_{i0}}{R_{i0}^0}$  为 10%。结果表明, 当数值模式本身存在误差时, 进行四维变分资料同化处理会将模式本身的误差转移到变分资料同化后得到的模式初始场上, 使得变分资料同化后的模式初始场偏离真实的大气初始状态, 这种偏离随着模式误差的不同而不同。但试验 4 中利用变分资料同化后的初始场进行预报, 到最终预报时刻, 累积降水量的预报结果与真实比湿观测场的偏差反而由同化前的 0.23 增加到 0.48。因而, 当存在数值模式误差时, 即使变分资料同化后得到的模式初始场就是真实的比湿初始场, 由于模式误差的作用, 到最终预报时刻, 累积降水量的预报结果也会偏离真实大气状态, 有时还会差于同化前的预报。

从上面的两个个例的不同试验可以看到, 当数值模式本身存在误差时, 使得四维变分资料同化后得到的模式初始场都偏离了真实大气的初始状态。也就是说, 在数值模式本身存在误差时, 进行四维变分资料同化, 会将模式误差转移到变分资料同化后的模式初始场。有些模式误差情况下, 特别是模式误差随着时间改变的情况下, 对降水四维变分资料同化的影响比较大。有时模式误差在变分资料同化时间窗口内不大, 进行四维变分同化处理后, 可以找到接近于真实大气的比湿初始场, 其预报结果在同化时间窗口内与观测场的偏离也很小, 但在延伸预报时段, 由于模式误差作用的增大, 或者降水过程产生后降水物理过程中的误差起作用, 使得变分资料同化后累积降水量的预报结果反而差于同化前的预报。

因而, 进行四维变分资料同化前, 要充分考虑数值模式中存在的误差, 才能得到比较好的同化及预报效果。

### §6.3 考虑同化窗口加上背景场

气象工作者已经逐渐认识到模式误差在四维变分资料同化中的影响, 为了消除数值模式本身存在误差所引起的变分资料同化后的数值模式初始场对大气真实状态的偏离, 在实际进行四维同化时, 通常在代价函数中加入背景场的作用, 目标函数写成如下形式:

$$J(Q_0) = \frac{1}{2}(Q_0 - Q^b)^T B^{-1}(Q_0 - Q^b) + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{T_1} (Q_n - Q_n^o)^T (Q_n - Q_n^o) + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{T_1} (R_n - R_n^o)^T (R_n - R_n^o) \quad (6.12)$$

其中,  $Q_0$  代表数值模式的初始场,  $Q^b$  代表背景场,  $B$  代表背景场的权重系数矩阵,  $T_1$  代表同化时间窗口, 其它变量同公式 (6.10)。利用代价函数 (6.12) 进行四维变分资料同化时, 很显然, 其同化结果与背景场  $Q^b$  和权重系数矩阵  $B$  的选取有关, 如何选取  $Q^b$  和  $B$ , 使得四维变分资料同化后的结果更接近于大气的真实初始状态? 利用变分资料同化后的模式初始场进行预报, 是否在延伸预报时段也能够得到接近于观测场的预报结果? 这是近年来研究的热点问题。许多气象工作者 (Sun, 1998; 邱崇践, 2001) 对资料变分同化中如何利用背景场作了大量的工作。能不能找到一个合适的背景场或者合适的权重函数, 使得在同化窗口内进行同化处理后所作的延伸预报能与最终时刻的观测场最接近呢?

下面, 从最优化的角度来寻求如何在代价函数中加入背景场来减少模式误差在四维变分资料同化中的影响。取如下的目标函数, 对数值模式最终时刻的预报结果与相应的观测值进行比较:

$$J(Q_0) = \frac{1}{2}(Q_{T_2} - Q_{T_2}^o)^T (Q_{T_2} - Q_{T_2}^o) + \frac{1}{2}(R_{T_2} - R_{T_2}^o)^T (R_{T_2} - R_{T_2}^o) \quad (6.13)$$

其中,  $T_2$  代表最终预报时刻,  $Q_{T_2}$  和  $R_{T_2}$  分别代表比湿与累积降水量在最终预报时刻  $T_2$  由数值模式  $M_n(Q_0)$  积分得到的预报场;  $Q_{T_2}^o$  和  $R_{T_2}^o$  则分别是比湿和累积降水量在最终预报时刻  $T_2$  的观测场。

对代价函数 (6.13) 进行非线性优化, 这时找到的数值模式的初始场, 则是能够使得该数值模式在最终预报时刻  $T_2$  的预报结果与观测场最接近所需要的模式初始场, 将得到的优化初始场记为  $Q_0^*$ 。如果进行四维变分资料同化时, 选取适当的背景场  $Q^b$  和权重系数矩阵  $B$ , 再利用代价函数 (6.12) 进行四维变分资料同化时, 能够找到这一初始场, 则这时选取的背景场  $Q^b$  和权重系数矩阵  $B$  是最好地发挥四维变分资料同化技术的背景场和权重系数矩阵。

根据上面的思路, 首先利用代价函数 (6.13) 进行非线性优化, 将得到的优化初始场记为  $Q_0^*$ 。然后, 将代价函数 (6.12) 有极小值时所需要的数值模式最优初始场记为  $Q_0^{**}$ 。让  $Q_0^{**} = Q_0^*$ , 则可以在给定权重系数矩阵  $B$  后, 得到最优背景场  $Q^b$  的表达形式。推导如下:

对 (6.12) 式取一阶导数, 可得:



$$\nabla J(Q_0) = B^{-1}(Q_0 - Q^b) + \sum_{n=0}^{T_1} M_n^*(Q_n - Q_n^o) + \sum_{n=0}^{T_1} M_n^*(R_n - R_n^o) \quad (6.14)$$

若想代价函数 (6.12) 有极小值, 则:

$$\nabla J(Q_0) = 0 \quad (6.15)$$

则有

$$B^{-1}(Q_0 - Q^b) + \sum_{n=0}^{T_1} M_n^*(Q_n - Q_n^o) + \sum_{n=0}^{T_1} M_n^*(R_n - R_n^o) = 0 \quad (6.16)$$

$$Q^b = Q_0 + B \left( \sum_{n=0}^{T_1} M_n^*(Q_n - Q_n^o) + \sum_{n=0}^{T_1} M_n^*(R_n - R_n^o) \right) \quad (6.17)$$

对代价函数 (6.13) 进行非线性优化, 得到使数值模式在最终预报时刻  $T_2$  预报结果与观测最接近所需要的最优初始场  $Q_0^*$ 。将  $Q_0^*$  代入 (6.17) 得:

$$Q^b = Q_0^* + B \left( \sum_{n=0}^{T_1} M_n^*(M_n(Q_0^*) - Q_n^o) + \sum_{n=0}^{T_1} M_n^*(M_n(Q_0^*) - R_n^o) \right) \quad (6.18)$$

利用公式 (6.18) 则可以在给定权重系数矩阵 B 后, 得到最优的背景场。

由公式 (6.18) 可以明显看出, 对于一个给定的数值模式, 对于不同的天气个例, 利用代价函数 (6.13) 进行非线性优化, 得到的优化初始场是不同的, 因而, 在给定权重系数矩阵 B 后, 所得到的最优背景场也是不一样的。

下面, 利用无量纲的水汽发展模式进行数值试验, 通过数值试验结果进一步验证上面的分析。根据公式 (6.3), 分别取  $q_0=0.3$ ,  $q_0=0.35$ ,  $q_0=0.4$ ,  $q_0=0.45$  对应的四个初始场个例进行试验分析, 首先使用没有误差的数值模式积分, 将积分结果作为真实大气的水汽和累积降水量。然后, 分别在四个初始场上加上一个误差项作为数值模式初始场, 取  $q_0^{oi} = (1+0.1) q_0^i$ 。由公式 (6.5)、(6.6), 分别在和  $q_c$  上叠加一个误差, 取  $F_n$  和  $q_c$  的误差都在振幅上变化, 记有误差的  $F_n$  和  $q_c$  为  $F_n^\varepsilon$  和  $q_c^\varepsilon$ , 有  $F_n^\varepsilon = F_n - 0.01F_0$  和  $q_c^\varepsilon = q_c + 0.01q_0$ 。利用有误差的数值模式分别对四个个例积分, 得到预报场。然后, 按上述方法找出每个个例其相应的最优背景场, 权重系数矩阵 B 取为对角阵形式, 这里将对角阵元素统一取为 1.0。



图 6 空心圆为  $q_0=0.3$  对应的最优背景场  
 实心圆为  $q_0=0.35$  对应的最优背景场  
 空心正方形为  $q_0=0.4$  对应的最优背景场  
 实心正方形为  $q_0=0.45$  对应的最优背景场

从图 6 可以看到, 以上四个个例所对应的最优的背景场是不一样的, 这时只是在数值模式上加了个非常小的误差, 只有 1% 的误差。当数值模式中的误差增大, 并采取不同形式的误差时, 在数值试验中, 还会出现负的最优背景场, 这种最优背景场是不现实的。因此, 在利用四维同化方法进行数值模式初始场处理时, 要想通过在代价函数中加入背景场项来修正数值模式本身存在误差带来的影响, 对于不同的天气个例来说, 其用到的最优背景场是不同的。

也可以通过调节权重系数矩阵  $B$  来使得不同个例对应的最优背景场一样, 国外已经开展这方面研究工作, 试图针对每个不同的天气个例都要调节权重系数矩阵  $B$ , 从而利用统一的气候背景场。

由以上分析可以看到, 通过在代价函数中加入背景场来纠正四维变分资料同化中数值模式本身存在误差时, 应该针对不同的天气个例应当选取不同的背景场进行四维变分资料同化, 或者通过调整权重系数矩阵  $B$  来使得不同天气个例对应的最优背景场一样, 这样才能得到比较好的四维变分资料同化效果。

## §6.4 本章小结

本文利用一简化的水汽发展方程, 通过非线性优化方法, 对数值模式不存在模式误差和存在模式误差对降水四维变分资料同化的影响进行了数值试验和分析。通过对以上数值试验的结果进行分析, 可得到以下结论:

1、当比湿初始场存在误差, 采用的数值预报模式不存在误差时, 如果同化时间窗口内比湿与累积降水量的观测场是准确的, 通过四维变分资料同化方法可以找到准确的模式初始场, 用四维变分资料同化后的比湿初始场所作的累积降水预报无论在同化时间窗口内还是在延伸预报时段, 都能够准确地预报出观测序列。

2、当比湿初始场存在误差, 采用的数值预报模式也存在误差时, 这种情况下进行四维变分资料同化, 虽然在时间窗口结束时比湿与累积降水量的预报与观测场比较接近, 但在延伸预报时段则不一定能够得到提高的预报效果。当数值模式本身存在误差时, 进行四维变分资料同化处理, 其相当于将数值模式本身存在的误差转移到数值模式的初始场中。这时, 四维变分资料同化所得到的比湿最优初始场并不是真实大气的比湿初始状态, 而是适应于该数值模式预报的初始状态。这时所进行的预报, 实质是利用有误差的比湿初始场和有误差的数值预报模式所进行的预报。即使四维变分资料同化处理后能够找到比湿的真实初始状态, 由于模式误差的作用随着预报时间的延长而不断累积, 使得累积降水量的预报结果也会偏离真实大气的观测。

3、在有些模式误差情况下，特别是模式误差随着积分时间延长而变化的情况下，进行四维变分资料同化后，虽然累积降水量的预报在同化窗口内对观测场有很好的逼近，但在延伸预报时段中，预报结果则随着模式误差的变化会逐渐变差。有些模式误差情况下，由于模式误差的影响，累积降水量到最终预报时刻的预报结果反而会比同化前差。在进行降水四维变分资料同化前，应该充分考虑数值模式中存在的误差，才能得到比较好的同化及预报效果。

4、进行四维变分资料同化时，通常考虑在代价函数中加入背景场，来纠正数值模式本身存在误差对最优初始场带来的影响。本文利用非线性最优化的方法，推导出了使用四维变分资料同化方法时，使得四维变分资料同化后的模式初始场能够最优地预报出最终预报时刻的观测场，其所需要的最优背景场表达形式，并进行了数值试验进行验证。通过数值实验分析发现，不同的天气个例其所对应的最优背景场及背景场的权重矩阵是不一样的。在实际进行四维变分资料同化处理时，应该针对不同天气个例来选取最优背景场及背景场权重系数矩阵。

以上结论只是利用一个无量纲的水汽发展方程进行的分析讨论，其结果对实际应用具有一定的指导作用。下一步工作可以利用实际降水预报模式来进行实验分析，所得到的结论会更有意义。

## 第六章中的附图和附表

表 1 切线性检验

切线性模式的检验		
扰动系数	同化窗口内没有降水	同化窗口内有降水
$10^{-1}$	1.00000000000000	1.03550145887377
$10^{-2}$	1.00000000000001	1.00500066402991
$10^{-3}$	1.00000000000004	1.00042148431888
$10^{-4}$	1.00000000000031	1.00000000000076
$10^{-5}$	0.99999999999073	1.00000000000018
$10^{-6}$	0.99999999991016	0.99999999901184
$10^{-7}$	1.0000000041246	1.0000000016678
$10^{-8}$	1.0000000103223	0.99999988232211
$10^{-9}$	0.99999911785079	0.99999894411325
$10^{-10}$	1.0000059973189	1.0000078088073
$10^{-11}$	1.00001373889620	1.00000336785369
$10^{-12}$	0.999958579196961	0.999751224222022
$10^{-13}$	1.00142743860375	1.00171042508097
$10^{-14}$	1.00093162108247	1.00753973749578
$10^{-15}$	0.985437323542495	0.838179240710288
$10^{-16}$	1.23954380319811	1.13826810466829

表 2 伴随模式检验

伴随模式的检验		
	同化窗口内没有降水	同化窗口内有降水
左端项	1.80000000000000E-002	3.763778858678739E-002
右端项	1.80000000000000E-002	3.763778858678739E-002

表 3 梯度检验

梯度检验		
扰动系数	同化窗口内没有降水	同化窗口内有降水
$10^{-1}$	1.25130011085384	1.36566778275820
$10^{-2}$	1.02491276099960	1.03764765769711
$10^{-3}$	1.00249127609988	1.00380325993224
$10^{-4}$	1.00024912761045	1.00038032599429
$10^{-5}$	1.00002491274286	1.00003803260537
$10^{-6}$	1.00000249120101	1.00000380320633
$10^{-7}$	1.00000024830404	1.00000038054545
$10^{-8}$	1.00000000863788	1.00000004242517
$10^{-9}$	0.999999989136967	1.00000004105737
$10^{-10}$	0.999999560116983	0.999999493937167
$10^{-11}$	0.999992929808143	0.999992107814457
$10^{-12}$	0.999987079535636	1.00012204886212
$10^{-13}$	1.00098162586174	1.00013572686714
$10^{-14}$	0.978945599420600	1.00806896977719

表 4 个例一的试验设计

	数值试验设计											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$F_n$ 的误差幅度 $\varepsilon_1$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.08	0.05	0.03	0.0	0.03	0.05	0.08
$q_c$ 的误差幅度 $\varepsilon_2$	0.0	-0.03	-0.05	-0.08	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.03	-0.05	-0.08

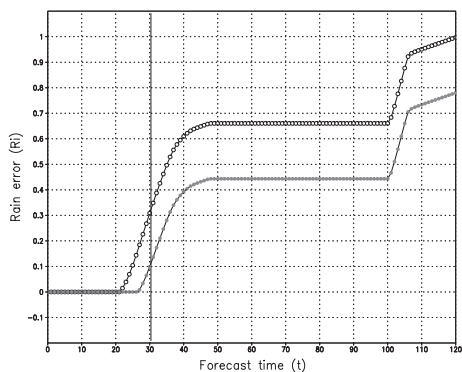


图 2 空心圆点表示同化前的累积降水量预报与观测场的偏差  
 实心圆点表示同化后的累积降水量预报与观测场的偏差

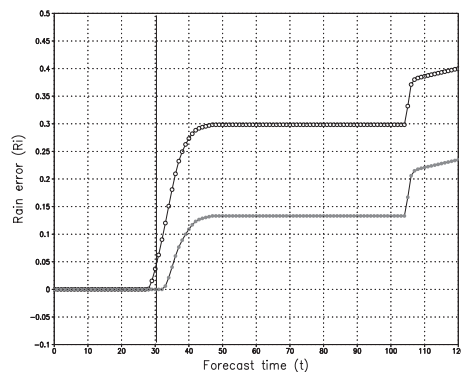


图 3 空心圆点表示同化前的累积降水量预报与观测场的偏差  
 实心圆点表示同化后的累积降水量预报与观测场的偏差

表 5 个例二的试验设计

	数值试验设计											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$F_n$ 的误差幅度 $\varepsilon_1$	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.15	-0.1	-0.05	0.0	-0.05	-0.1	-0.15
$q_c$ 的误差幅度 $\varepsilon_2$	0.1	0.08	0.05	0.03	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.03	0.05	0.08

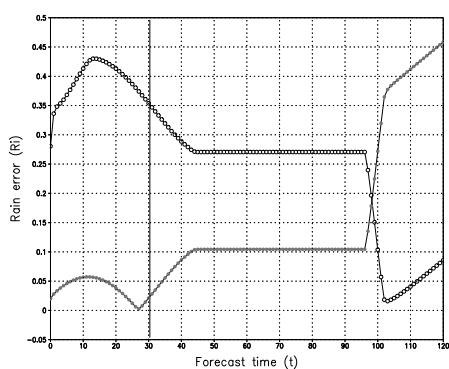


图 4 空心圆点表示同化前的累积降水量预报与观测场的偏差  
 实心圆点表示同化后的累积降水量预报与观测场的偏差

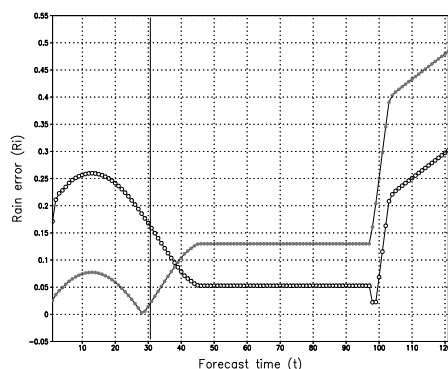


图 5 空心圆点表示同化前的累积降水量预报与观测场的偏差  
 实心圆点表示同化后的累积降水量预报与观测场的偏差

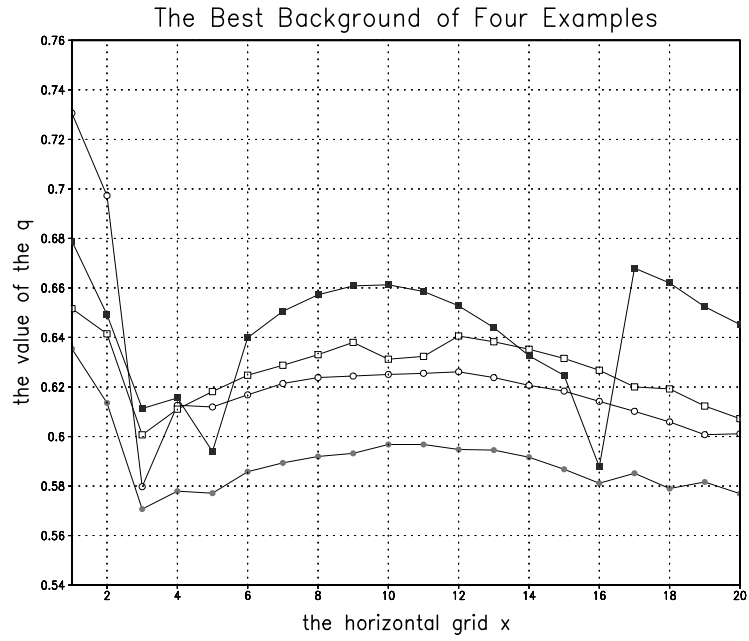


图 6 空心圆为  $q_0=0.3$  对应的最优背景场  
 实心圆为  $q_0=0.35$  对应的最优背景场  
 空心正方形为  $q_0=0.4$  对应的最优背景场  
 实心正方形为  $q_0=0.45$  对应的最优背景场

## 第七章 伴随模式和非线性优化方法在可预报性问题研究中的应用

上一章利用无量纲的水汽发展方程,分析了数值模式误差对降水四维变分资料同化的影响。那么,对于一个中尺度数值模式来讲,如何评测数值模式是否能够对某一天气过程具有预报能力?对数值模式是否存在模式误差能否作出评测?该数值模式需要什么样的初始场才能最好地对最终预报时刻的观测场进行预报呢?如何对数值模式初始观测场中存在的误差进行评测?

对于以上问题,可归结为数值天气预报中的可预报性问题,Thompson (1957) 和 Lorenz (1963, 1965) 在可预报性问题方面进行了开创性的研究,其后,国内外的气象工作者在这一领域进行了不懈的努力,我国的丑纪范、郜吉东等 (1974, 1995, 1999)、穆穆等 (2000, 2001, 2002, 2004) 在这方面也作了许多有益的工作。

近年来, Mu and Wang (2001) 对非线性最快增长扰动与第一类可预报性问题进行了研究, Mu et al. (2002a) 提出了数值天气预报与气候预测中可预报性问题的三类子问题,即:最大可预报时间、最大预报误差和初值与参数的最大允许误差, Mu et al. (2002b) 给出了使用非线性优化模式敏感性分析的思路,但没有进行数值试验对方法进行验证。Xu Hui et al. (2004) 在 Mu et al. (2002a) 的工作基础上,利用二维准地转模式,使用非线性优化与伴随方法进行了敏感性分析,用理想场对数值模式误差及初始场误差进行了判断。

本章在以上工作基础上,利用无量纲的水汽发展方程,使用非线性优化和伴随方法,通过理想观测场对模式误差进行了判断。最后利用 REM 模式的伴随系统和非线性优化方法,通过实际天气个例对可预报性问题进行了研究。

### §7.1 方法介绍

为了考虑数值模式的预报能力及数值模式和初始观测场中存在的误差,对于任一数值模式  $M_t(U_0)$ , 我们定义如下的目标函数 (Mu et al., 2002a; Xu Hui et al., 2004):

$$J(U_0) = \frac{1}{2}(M_{T_1}(U_0) - U_{T_1}^{obs})^T W^{-1}(M_{T_1}(U_0) - U_{T_1}^{obs}) \quad (7.1)$$

其中,  $T_1$  为预报时间,  $U_{T_1}^{obs}$  为  $T_1$  时刻的观测场,  $U_0$  为数值模式的初始场,  $W$  为观测误差的协方差矩阵。

利用非线性优化理论和伴随模式的方法,可以求得  $J(U_0)$  的最小值和使得  $J(U_0)$  有最小值的初始场  $U_0$ 。

假设目标函数的最小值为  $E$ :



$$E = \min J(U_0) \quad (7.2)$$

对于给定的一个预报误差允许范围  $\varepsilon$ ,  $E$  可以有两种情况:

$$\begin{cases} E > \varepsilon \\ 0 \leq E \leq \varepsilon \end{cases} \quad (7.3)$$

### §7.1.1 第一种情况 $E > \varepsilon$

对于第一种情况,  $E$  大于所给定的允许误差, 说明即使我们能够获得最优的数值模式的初始场, 该数值模式也不能预报出实际观测场。换一种角度来说, 就是无论我们怎么调节数值模式的初始场, 都不能得到很好的预报结果。在这种情况下, 说明数值模式本身的误差比较大, 需要对该数值模式进行大的修改, 比如, 对模式中采用的物理过程进行完善, 对模式中采用的各种参数进行调整, 从而改进数值预报的效果, 使预报结果达到最优。对数值模式中误差的研究可以通过常用的数值模拟的方法进行研究, 也可以用伴随的方法来进行研究。

### §7.1.2 第二种情况 $0 \leq E \leq \varepsilon$

对于第二种情况,  $E$  满足我们给定的误差范围, 说明该数值模式得到的预报结果与实际观测场比较接近, 即该数值模式对  $T_1$  时刻的观测场有预报能力。从可预报性角度来讲, 如果我们调节初始场, 就能改进预报效果。这时, 可以将求得的数值模式的最优初始场  $U_0^*$  与初始时刻的实际观测场  $U_0^{obs}$  作一比较, 对二者的差异进行分析。将最优初始场与初始观测场之间的差值记为  $E_0$ :

$$E_0 = \frac{1}{2}(U_0^* - U_0^{obs})^T W^{-1}(U_0^* - U_0^{obs}) \quad (7.4)$$

这时, 再给定一个初始观测场的最大允许误差  $\varepsilon_0$ , 又可以得到以下三种情况:

$$\begin{cases} E_0 \ll \varepsilon_0 & (a) \\ E_0 \approx \varepsilon_0 & (b) \\ E_0 \gg \varepsilon_0 & (c) \end{cases} \quad (7.5)$$

#### §7.1.2.1 初始观测场 $U_0^{obs}$ 的误差比较小

如果初始时刻观测场  $U_0^{obs}$  的误差比较小 (如获得的加密观测试验资料), 则可以利用初始观测场, 基于上面三种情况对数值模式的准确性进行评测。

- 情况 (a), 在这种情况下, 说明所使用的数值模式是比较准确的, 利用现有的观测资料, 该模式完全有能力对这一天气过程进行预报。

- 情况 (b), 在这种情况下, 说明所使用的数值模式存在一定的模式误差, 这时可以在误差允许范围内对模式初始场进行一些调整, 从而从这一天气过程可以达到比较满意的预报效果。
- 情况 (c), 在这种情况下, 说明所使用的数值模式中存在的误差比较大, 这时利用该数值模式进行预报时, 虽然能够通过调节模式初始场而对这一天气个例得到满意的预报效果, 但是需要利用偏离真实场比较大的数值模式初始场进行预报才能得到。这时, 应该对数值模式进行修正。

### §7.1.2.2 数值模式误差比较小

如果使用的数值模式误差比较小, 这时, 可以通过上面三种情况对初始时刻的观测场  $U_0^{obs}$  进行评测。

- 情况 (a), 在这种情况下, 说明现有的初始观测资料是比较可信赖的, 从现有的观测资料进行简单的插值, 该模式就可以得到比较理想的预报结果。
- 情况 (b), 在这种情况下, 说明现有的初始观测资料存在一定误差, 从现有的观测资料还不能得到比较理想的预报结果, 如果改进该数值模式的初始场, 例如, 对该数值模式的初始场进行四维变分资料同化处理, 该模式则还可以得到比较理想的预报结果。
- 情况 (c), 在这种情况下, 说明现有的初始观测资料存在比较大的误差, 还需要对现有的观测资料进行很大的改进。可能是初始场的信息太少, 从现有的观测资料和观测手段还不能反映出中小尺度天气过程的变化。需要对现有的观测网进行加密, 得到更加详细的观测资料; 或者增加观测时效, 缩短资料的观测周期; 增加新的观测手段, 获得新的观测信息。

## §7.2 利用无量纲水汽发展方程进行试验

在实际应用中, 可以通过加密观测等手段得到一个时间点或者一个预报时段内精度比较高的观测场, 对数值模式中存在的误差进行判断。下面, 利用第六章中的无量纲水汽发展模式, 在上面理论分析的基础上, 使用数值模式生成的理想观测场, 对数值模式中的不同误差进行判断。

### §7.2.1 试验设计

试验所使用的数值模式是第六章中的无量纲水汽发展模式。

试验的主要目的是基于理论分析中的第二种情况  $0 \leq E \leq \varepsilon$ , 利用理想的真实初始观测场, 通过非线性优化的方法对不同数值模式误差进行判断。

取最终预报时刻为  $T_2$ , 试验所使用  $T_2$  时刻观测场为数值模式生成, 没有观测误差。

为了衡量模式预报结果对观测场的偏离程度，取：

$$\begin{aligned}
 Ri_n &= \sqrt{\sum_{i=1}^M (x_n^i - x_n^{o_i})^2} \\
 Ri_n^o &= \sqrt{\sum_{i=1}^M (x_n^{o_i})^2}
 \end{aligned}
 \tag{7.6}$$

其中， $x_n$  代表数值模式在第  $n$  时刻预报的比湿和累积降水量场， $x_n^o$  代表在第  $n$  时刻的比湿和累积降水量的观测场。用  $Ri_n$  表示累积降水量预报结果与其观测场之间的偏差， $\frac{Ri_0}{Ri_0^o}$  表示四维变分资料同化处理后的比湿初始场与理想比湿初值的差值与理想比湿初值本身之比。

试验中，取最大允许误差范围  $\varepsilon_0 = \frac{Ri_0}{Ri_0^o} = 0.15$ 。

**试验步骤：**

- 1、首先，利用第六章中的数值模式，生成  $[0, T_2]$  区间的理想观测场，
- 2、利用有误差的数值模式，使用准确的初始观测场进行预报，
- 3、取代价函数形式如公式 (6.13)，进行非线性优化，
- 4、将找到的数值模式最优初始场与大气初始时刻准确的观测场进行比较，使用公式 (7.5) 中  $\frac{Ri_0}{Ri_0^o}$ ，衡量最优模式初始场对真实大气的偏离。
- 5、利用给定的初始场最大允许误差  $\varepsilon_0$ ，确定模式误差的大小。

**§7.2.2 数值试验**

按上述试验步骤 1-4，取  $q_0=0.3$  和  $q_0=0.45$  两个个例，首先使用没有误差的数值模式积分，生成观测场。根据公式 (6.5)、(6.6)，分别在  $F_n$  和  $q_c$  上叠加一个误差，取  $F_n$  和  $q_c$  的误差都在振幅上变化，记有误差的  $F_n$  和  $q_c$  为  $F_n^\varepsilon$  和  $q_c^\varepsilon$ ，有  $F_n^\varepsilon = F_n + \varepsilon_1 F_0$  和  $q_c^\varepsilon = q_c + \varepsilon_2 q_0$ 。 $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$  取值如表 1，共设计了 12 组误差组合进行试验。

表 1 数值模式误差组合
--------------

试验结果如图 1. 和图 2. 所示。

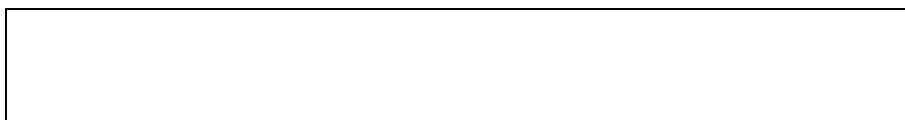


图 1  $q_0=0.3$  时不同模式误差所对应的优化初始场与真实初始场的偏差



图 2  $q_0=0.45$  时不同模式误差所对应的优化初始场与真实初始场的偏差

从数值试验结果分析可见, 当数值模式本身存在误差时, 通过非线性最优化方法找到的数值模式初始场与大气真实状态的初始场均方根大于零, 说明模式误差的作用使得通过非线性优化后找到的模式初始场偏离了大气真实初始状态。当数值模式误差越大时, 这种偏离大气真实状态的现象也越明显。

按试验步骤 5, 根据初始场最大允许误差范围  $\varepsilon_0=0.15$ , 个例一中只有试验 9 在误差允许范围之内, 其它试验中都超出了给定的误差允许范围, 需要对数值模式中的误差进行修正; 个例二中, 只有试验 10 在误差允许范围之内, 其它试验中都超出了给定的误差允许范围, 需要对数值模式中的误差进行修正。

本文还作了取  $q_0 = 0.35, q_0 = 0.40$  时两个个例的数值试验, 分析结果同以上两个个例, 图略。

通过理想观测场的试验, 表明非线性优化及伴随方法可以成功地用于对数值模式误差进行评测。

### §7.3 利用 REM 模式进行试验

下面, 利用 REM 模式的伴随模式和非线性优化方法, 使用实际报文资料, 对 REM 模式的可预报性问题进行试验研究。

#### §7.3.1 目标函数的选取

取目标函数如以下形式:

$$J(U_0) = \frac{1}{2}(M_{T_a}(U_0) - U_{T_a}^{obs})^T W^{-1}(M_{T_a}(U_0) - U_{T_a}^{obs}) \quad (7.7)$$

其中,  $M_t(U_0)$  代表采用的数值模式 REM,  $U$  代表我们气象上通常的物理量场, 在 REM 模式中, 模式的基本变量有五个, 温度场 (T)、水平风场 (U, V)、水汽场 (Q) 和地面气压场 (Ps)。  $T_a$  代表最终预报时刻, 上标 *obs* 代表插值到模式格点上的观测场。  $W$  代表数值模式预报场与观测场之间差值的协方差矩阵。

#### §7.3.2 预报误差允许范围 $\varepsilon$

对于衡量数值预报模式预报能力的标准, 目前还没有一个统一的定量标准, 本文采用美国海军评测数值模式预报准确性时使用的标准 (Cox 等, 1998), 该标准中没有给出水汽场的误差允许标准, 本文取为水汽观测场的 10%, 如表 2。



表 2 数值模式预报误差允许标准

根据表 2 给出的数值模式预报误差允许标准和最终预报时刻的实际观测场，针对不同天气个例，在最终预报时刻  $T_a$ ，会得到相应的预报误差允许标准  $\Delta U$ ， $U$  代表 REM 模式的五个基本变量。

为便于与目标函数  $E$  进行比较，使用数值模式预报场与观测场之间差值的协方差矩阵  $W$ ，计算出误差允许范围  $\varepsilon$ ：

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\Delta U)^T W^{-1}(\Delta U) \quad (7.8)$$

### §7.3.3 初始观测场误差允许范围 $\varepsilon_0$

在参考数值模式预报误差允许标准 (Cox 等, 1998) 和观测误差允许标准 (地面气象观测规范, 2003) 的基础上，考虑初始观测场误差允许标准不应该大于模式预报误差允许标准，将表 2 中温度场和地面气压场的允许标准作了修改，如表 3。

--

表 3 初始观测场误差允许标准

根据表 3 给出的初始观测场误差允许标准和初始预报时刻的实际观测场，针对不同天气个例，在初始预报时刻  $T_0$ ，会得到相应的初始观测场误差允许标准  $\Delta U_0$ ， $U_0$  代表 REM 模式的五个基本变量。

同样，为便于同最优初始场与实始观测场差值  $E_0$  进行比较，使用数值模式预报场与观测场之间差值的协方差矩阵  $W$ ，计算出初始观测场误差允许范围  $\varepsilon_0$ ：

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2}(\Delta U_0)^T W^{-1}(\Delta U_0) \quad (7.9)$$

### §7.3.4 试验设计

本试验的主要目的是利用 REM 模式的伴随模式和非线性优化方法，使用实际报文观测资料，对数值模式的预报能力，数值模式中存在的误差及初始观测场中的误差进行判断。

本试验所采用的观测观资料是实际报文资料，观测时次为每天 00 时和 12 时 (均为世界时) 两个时次。试验所采用的个例为 2000 年 8 月 6 日 00 时 - 12 时、2000 年 8 月 8 日 00 时 - 12 时和 2002 年 6 月 24 日 00 时 - 12 时三个天气个例。

试验中，根据第四章中公式 (4.5)，利用 12 时的实际观测场和 06 时的 REM 模式预报场计算了数值模式预报场与观测场之间差值的协方差矩阵  $W$ 。根据第四章中公式

(4.7), 同样利用 12 时的实际观测场和 06 时的 REM 模式预报场计算了量纲矩阵  $S$ 。试验中采用的非线性优化程序为 L-BFGS-B。

首先, 利用 REM 模式的伴随模式及非线性优化方法, 求出使得目标函数 (7.7) 有极小值时的模式初始场  $U_0^*$ , 并计算这时的目标函数值  $E$ 。将  $E$  与给定的预报误差允许范围  $\varepsilon$  进行比较。

然后, 再将通过非线性优化获得的数值模式初始场  $U_0^*$  与初始观测场  $U_0^{obs}$  进行比较, 计算出  $E_0$ 。将  $E_0$  与给定的初始场允许误差  $\varepsilon_0$  进行比较, 对观测场或数值模式中存在的误差进行简单判断。

### §7.3.5 数值试验

#### 个例一

2000 年 8 月 6 日 00 时 - 12 时的天气个例

首先利用 12 时的观测资料, 利用 REM 模式的伴随模式及非线性优化方法对定义的目标函数 (7.7) 进行了优化, 找到了使得目标函数有极小值时的模式初始场  $U_0^*$ , 并计算了目标函数极小值  $E$ 。再根据表 2 和公式 (7.8), 计算了这个个例在 12 时预报误差允许范围  $\varepsilon$ 。二者的对比如表 4。

表 4 2000 年 8 月 6 日 12 时目标函数极小值  $E$  与预报误差允许范围  $\varepsilon$

从表 4 可以看到, 进行非线性优化后, 目标函数的极小值  $E$  小于给定的误差允许范围  $\varepsilon$ , 属于理论分析中的第二种情况, REM 模式对这个天气个例具有预报能力。



图 3 2000 年 8 月 6 日 12 时的观测场

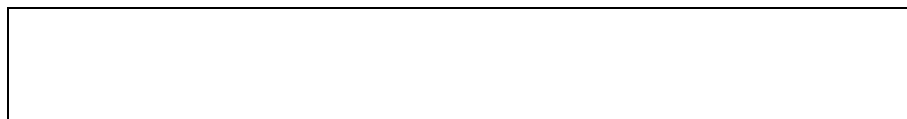


图 4 2000 年 8 月 6 日 12 时优化后的预报场

图 3 和图 4 分别给出了 2000 年 8 月 6 日 12 时利用实际报文资料得到的观测场与 REM 模式利用非线性优化后得到的模式初始场作出的预报场。从两张图对比来看, 在 500mb 温度场上, 进行非线性优化后 REM 模式对河北北部的冷中心和中国中部的暖区作出了正确预报, 在 500mb 风场上, 预报场与观测场的流场基本相同, 在 700mb 湿度场上, 对湿中心也给出了比较准确的预报。可以认为进行非线性优化后, REM 模

式对这个个例具有预报能力。

下面，将非线性优化得到的最优初始场  $U_0^*$  与 00 时的观测场  $U_0$  进行比较。首先，计算出最优初始场与实始观测场差值  $E_0$ ，再根据表 3 和公式 (7.9)，计算这个个例在 00 时的初始观测场误差允许范围  $\varepsilon_0$ ， $E_0$  和  $\varepsilon_0$  的对比如表 5。

表 5 2000 年 8 月 6 日 00 时最优初始场  $U_0^*$  和初始观测场  $U_0$  的差值  $E_0$  与初始观测场误差允许范围  $\varepsilon_0$

从表 5 可以看到，00 时最优初始场和初始观测场之间的差值  $E_0$  明显小于给定的误差范围  $\varepsilon_0$ ，属于第二种情况下的情况 (a)。可以认为，对于这个天气个例，利用现有的数值模式和现有的观测场，只要对观测场进行简单的插值处理，如 REM 模式目前采用的最优插值处理，REM 模式就能够得到比较理想的预报效果。



图 5 2000 年 8 月 6 日 00 时的观测场



图 6 2000 年 8 月 6 日 00 时优化后的初始场

图 5 和图 6 分别给出了 2000 年 8 月 6 日 00 时利用实际报文资料得到的观测场和利用非线性优化后得到的模式初始场。从两组图上可以看到，在 500mb 温度场优化后的初始场与观测场的暖中心位置基本相同，优化后初始场强度略强；500mb 风场上二者的流场形势基本相同；在 700mb 湿度场上，山东半岛以南的干中心及一直伸向山西地区的湿度脊也与观测场一致。可以认为，利用非线性优化得到的模式初始场与初始观测场非常接近。

### 个例二

2000 年 8 月 8 日 00 时 - 12 时的天气个例

试验步骤同个例一，利用 REM 模式的伴随模式及非线性优化方法找到了使得目标函数 (7.7) 有极小值时的模式初始场  $U_0^*$ ，计算了目标函数的极小值  $E$  与允许预报误差范围  $\varepsilon$ ，二者的对比如表 6。

表 6 2000 年 8 月 8 日 12 时目标函数极小值  $E$  与预报误差允许范围  $\varepsilon$

从表 6 可以看到, 进行非线性优化后, 目标函数的极小值  $E$  小于给定的误差允许范围  $\varepsilon$ , 属于理论分析中的第二种情况, REM 模式对这个天气个例具有预报能力。



图 7 2000 年 8 月 8 日 12 时的观测场



图 8 2000 年 8 月 8 日 12 时优化后的预报场

图 7 和图 8 分别给出了 2000 年 8 月 8 日 12 时利用实际报文资料得到的观测场和 REM 模式利用非线性优化后的模式初始场作出的预报场。从这组图的对比可以看到, 优化后的预报场在 500mb 温度场上对中国大部的暖区给出了正确预报; 在 500mb 流场上, 对河套地区的气旋流场及黄海地区的反气旋流场都给出了正确预报; 在 700mb 湿度场上, 对于黄河中游的湿中心及陕西地区的干中心也给出了准确的预报。从以上两组图的对比来看, 认为进行非线性优化后 REM 模式对这个个例具有预报能力。

下面, 将非线性优化得到的最优初始场  $U_0^*$  与 00 时的观测场  $U_0$  进行比较。计算出最优初始场与初始观测场差值  $E_0$  和 00 时的初始观测场误差允许范围  $\varepsilon_0$ ,  $E_0$  和  $\varepsilon_0$  的对比如表 7。



表 7 2000 年 8 月 8 日 00 时最优初始场  $U_0^*$  和初始观测场  $U_0$  的差值  $E_0$  与初始观测场误差允许范围  $\varepsilon_0$

从表 7 可以看到, 00 时最优初始场和观测场之间的差值  $E_0$  与给定的允许误差范围  $\varepsilon_0$  相当, 略小于给定的误差范围, 属于第二种情况下的情况 (b)。由对于这个天气个例, 若想利用 REM 模式得到改善的预报结果, 需要对 REM 数值模式进行修正或者对初始观测场进行处理, 如进行四维变分资料同化。



图 9 2000 年 8 月 8 日 00 时的观测场





图 10 2000 年 8 月 8 日 00 时优化后的初始场

图 9 和图 10 分别给出了 2000 年 8 月 8 日 00 时利用实际报文资料得到的场观测场和利用非线性优化后得到的模式初始场。从两组图的对比来看，初始时刻的观测场与优化得到的模式初始场在 500mb 温度场和 500mb 流场上有一定差别，在 700mb 湿度场上二者基本相同。

### 个例三

2002 年 6 月 24 日 00 时 - 12 时的天气个例

分析方法同前两个个例，目标函数的极小值  $E$  与允许预报误差范围  $\varepsilon$  二者的对比如表 8。

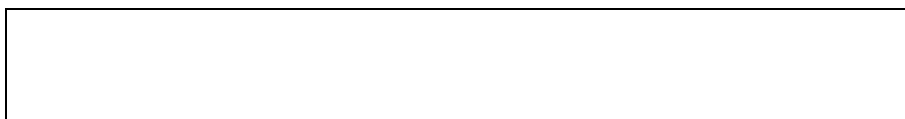


表 8 2002 年 6 月 24 日 12 时目标函数极小值  $E$  与预报误差允许范围  $\varepsilon$

从表 8 可以看到，进行非线性优化后，目标函数的极小值  $E$  小于给定的误差允许范围  $\varepsilon$ ，REM 模式对这个天气个例具有预报能力。

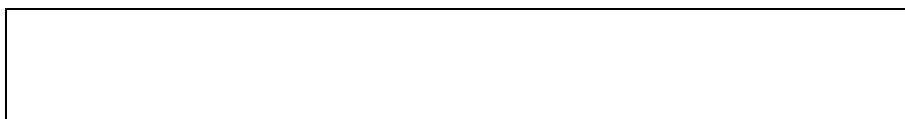


图 11 2002 年 6 月 24 日 12 时的观测场



图 12 2002 年 6 月 24 日 12 时优化后的预报场

图 11 和图 12 给出了 2002 年 6 月 24 日 12 时利用实际报文资料得到的观测场和 REM 模式利用非线性优化后得到的模式初始场作出预报场。在这组图上可以看到，在 500mb 温度场上优化后的预报结果对河北到山西的温度冷槽的位置与观测基本相同，在 500mb 风场上预报结果与观测场的流场也基本相同，在 700mb 湿度场上，预报结果对黄河中下游的两上干中心也给出了准确预报。可见，REM 模式对这个天气个例具有预报能力。

下面，将最优初始场与实始观测场差值  $E_0$  和 00 时的初始观测场误差允许范围  $\varepsilon_0$  进行比较，对比结果如表 9。



表 9 2002 年 6 月 24 日 00 时最优初始场  $U_0^*$  和初始观测场  $U_0$  的差值  $E_0$  与初始观测场误差允许范围  $\varepsilon_0$

从表 9 可以看到, 00 时最优初始场和观测场之间的差值  $E_0$  与给定的初始观测场允许误差范围  $\varepsilon_0$  相当, 略大于给定的误差范围, 同样属于情况 (b)。对于这个天气个例, 若想 REM 模式得到改善的预报结果, 需要对现有的初始观测场进行处理, 如通过四维变分资料同化方法。



图 13 2002 年 6 月 24 日 00 时的观测场



图 14 2002 年 6 月 24 日 00 时优化后的初始场

图 13 和图 14 给出了 2002 年 6 月 24 日 00 时得用实际报文资料得到的观测场和利用非线性优化后得到的模式初始场。从这组图上可以看到, 在 500mb 温度场上观测场与最优初始场基本相同, 500mb 风场上观测场的流场与最优初始场出大致相同, 在 700mb 湿度场上观测场与最优初始场略有区别, 西北及河套地区的干中心观测场略有差别。

## §7.4 本章小结

本章利用非线性优化及伴随的方法, 从一个新的角度对可预报性问题进行了研究。

在穆穆、徐辉等人的工作基础之上, 介绍了如何利用非线性优化方法和伴随模式方法, 对数值模式误差及模式初始场误差进行定性和定量的判断。

然后, 使用无量纲水汽发展模式, 使用数值模式生成的理想观测场对数值模式的误差进行了评测试验。试验表明, 利用非线性优化方法及伴随模式可以成功地对数值模式中存在的误差进行判断, 同时可以对试验个例中数值模式误差的大小进行定量的衡量。

最后, 利用 REM 模式的伴随系统, 通过三个实际天气个例的观测资料, 使用非线性优化方法进行了试验分析, 进一步验证了理论分析的可行性。从上面三个个例的试验可以得到以下结论: REM 模式在所试验的预报时段和给定的预报误差范围内对这三个天气个例都有预报能力。对于个例一, 利用 REM 数值模式和现有的常规报文初

始观测场, 进行简单的插值处理(最优插值等)就可以得到比较满意的预报结果; 对于个例二和个例三, 利用 REM 模式同样可以在试验的预报时段和给定的误差允许范围内对这两个天气个例得到满意的预报, 但需要对现有的报文初始观测场进行处理(如四维变分资料同化)。

今后可对预报误差允许范围及初始场误差允许范围的选取作进一步研究, 使得所选范围更具合理。同时, 可结合数值模拟的方法对天气过程进行动力机制分析, 从而对数值模式误差及初始观测场误差进行更具实际指导意义的定量分析。

## 第七章中的附表

表 1 数值模式误差组合

	数值试验设计											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$F_n$ 的误差幅度 $\varepsilon_1$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.08	0.05	0.03	0.0	0.03	0.05	0.08
$q_c$ 的误差幅度 $\varepsilon_2$	0.0	-0.03	-0.05	-0.08	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.03	-0.05	-0.08

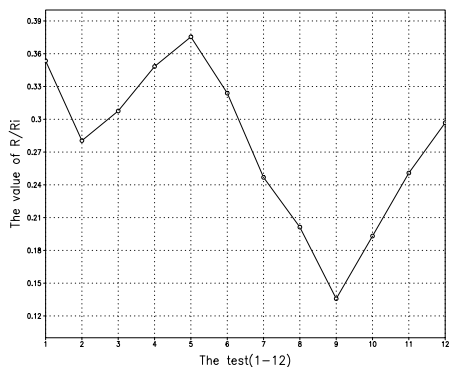


图 1  $q_0=0.3$  时不同模式误差所对应的优化初始场与真实初始场的偏差

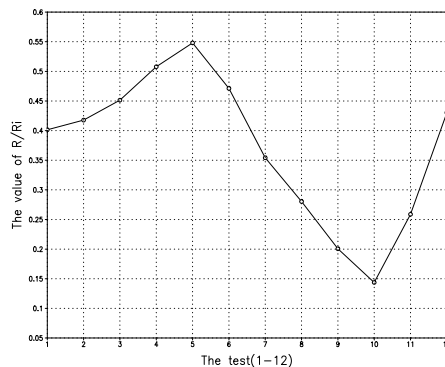


图 2  $q_0=0.45$  时不同模式误差所对应的优化初始场与真实初始场的偏差

表 2 数值模式预报误差允许标准 (Cox)

模式变量	误差允许标准
温度场 T	2.0°C
速度场 U,V	
当风速小于 10m/s	1m/s
当风速大于 10m/s	2.5m/s
地面气压场 $p_s$	1.7mb
水汽场 Q	0.1 $Q^{obs}$

表 3 初始观测场误差允许标准

模式变量	误差允许标准
温度场 T	1.0°C
速度场 U,V	
当风速小于 10m/s	1m/s
当风速大于 10m/s	2.5m/s
地面气压场 $p_s$	1.5mb
水汽场 Q	0.1 $Q^{obs}$

个例一

表 4 2000 年 8 月 6 日 12 时目标函数极小值 E  
与预报误差允许范围  $\varepsilon$

目标函极小值 E	5321.218917361186
预报误差允许范围 $\varepsilon$	13346.06810086604

表 5 2000 年 8 月 6 日 00 时最优初始场  $U_0^*$  和初始观测场  $U_0$  的差值  $E_0$   
与初始观测场误差允许范围  $\varepsilon_0$

最优初始场和观测场的差值 $E_0$	1505.738672351934
初始观测场误差允许范围 $\varepsilon_0$	5126.974628234686

个例二

表 6 2000 年 8 月 8 日 12 时目标函数极小值 E  
与预报误差允许范围  $\varepsilon$

目标函极小值 E	3762.698499101452
预报误差允许范围 $\varepsilon$	7523.913339624445

表 7 2000 年 8 月 8 日 00 时最优初始场  $U_0^*$  和初始观测场  $U_0$  的差值  $E_0$   
与初始观测场误差允许范围  $\varepsilon_0$

最优初始场和观测场的差值 $E_0$	2378.578463834010
初始观测场误差允许范围 $\varepsilon_0$	2969.320741242575

个例三

表 8 2002 年 6 月 24 日 12 时目标函数极小值 E  
与预报误差允许范围  $\varepsilon$

目标函极小值 E	2031.928214990503
预报误差允许范围 $\varepsilon$	4522.652186408853

表 9 2002 年 6 月 24 日 00 时最优初始场  $U_0^*$  和初始观测场  $U_0$  的差值  $E_0$   
与初始观测场误差允许范围  $\varepsilon_0$

最优初始场和观测场的差值 $E_0$	2579.281718071818
初始观测场误差允许范围 $\varepsilon_0$	2272.360491166645

个例一

The Observation 500mb Temperature of 2000080612

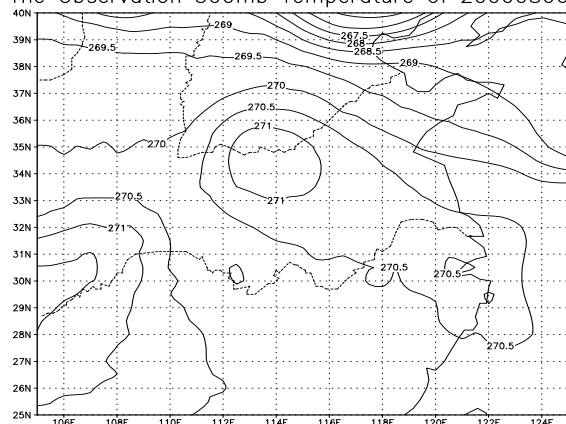


图 3a

The Optimal 500mb Temperature of 2000080612

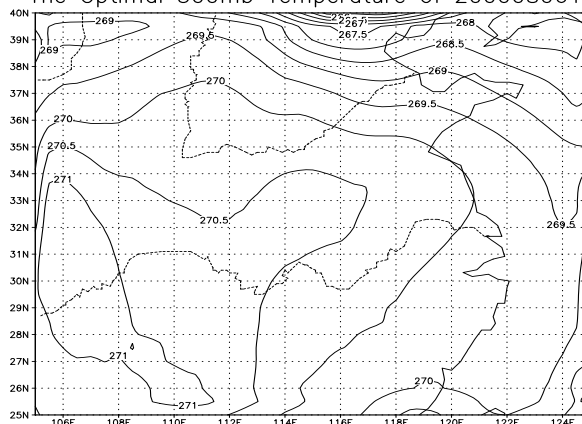


图 4a

The Observation 500mb Wind of 2000080612

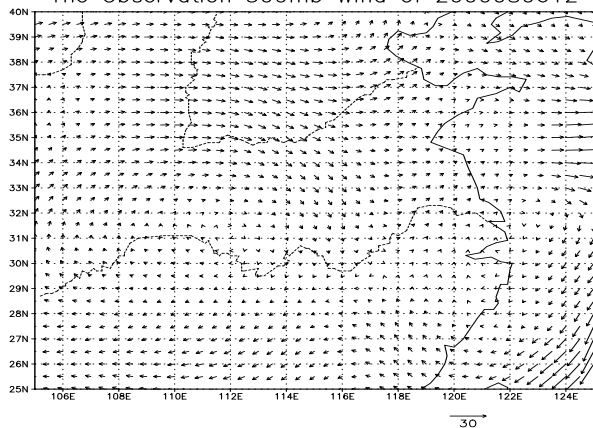


图 3b

The Optimal 500mb Wind of 2000080612

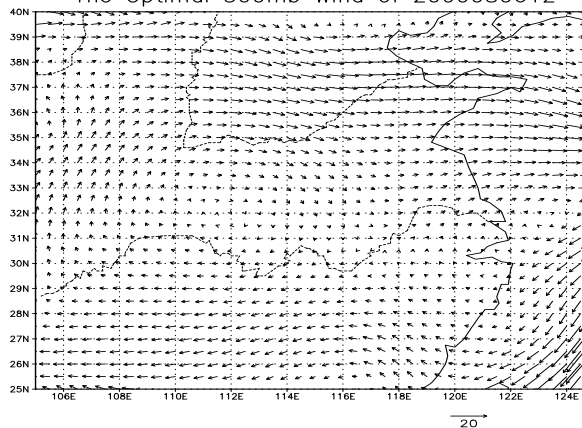


图 4b

The Observation 700mb Specific-Humidity of 2000080612

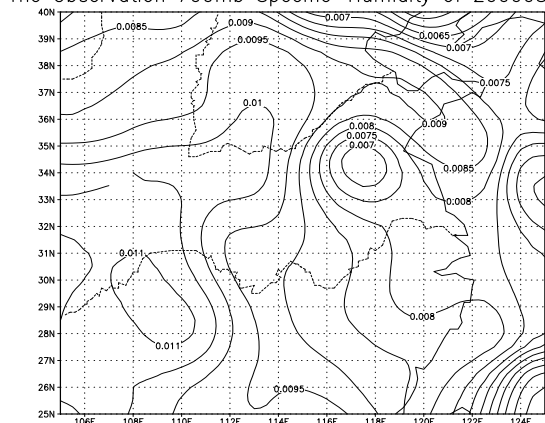


图 3c

The Optimal 700mb Specific-Humidity of 2000080612

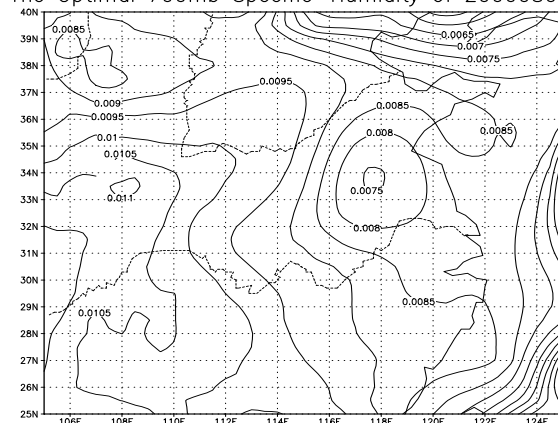


图 4c

图 3 2000 年 8 月 6 日 12 时的观测场  
a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

图 4 2000 年 8 月 6 日 12 时优化后  
的预报场  
a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

The Observation 500mb Temperature of 2000080600

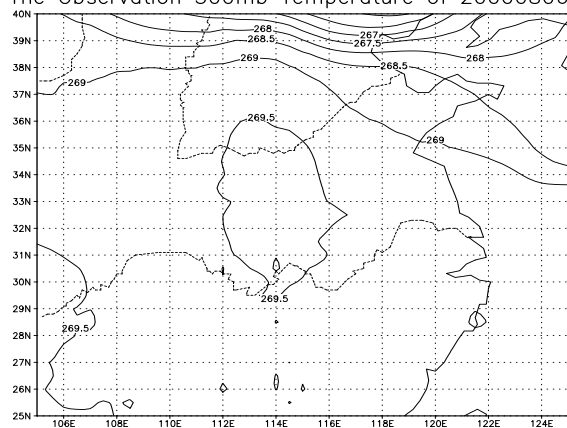


图 5a

The Optimal 500mb Temperature of 2000080600

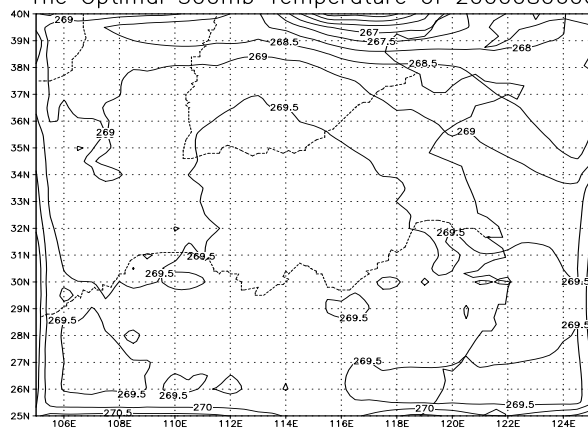


图 6a

The Observation 500mb Wind of 2000080600

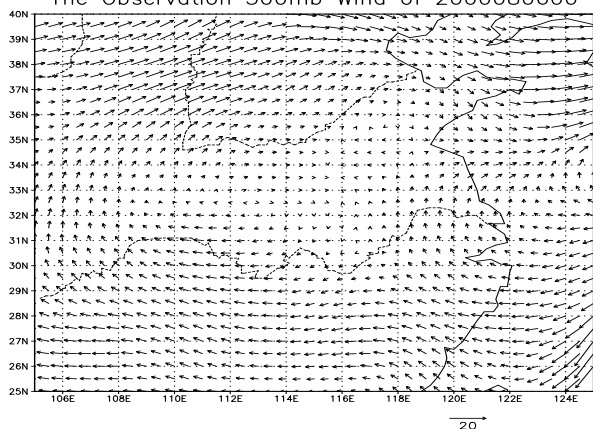


图 5b

The Optimal 500mb Wind of 2000080600

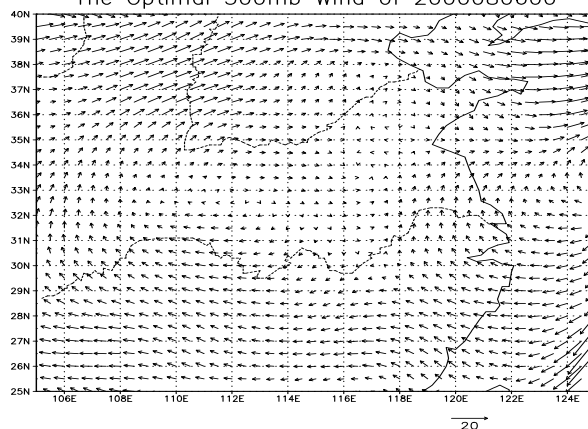


图 6b

The Observation 700mb Specific-Humidity of 2000080600

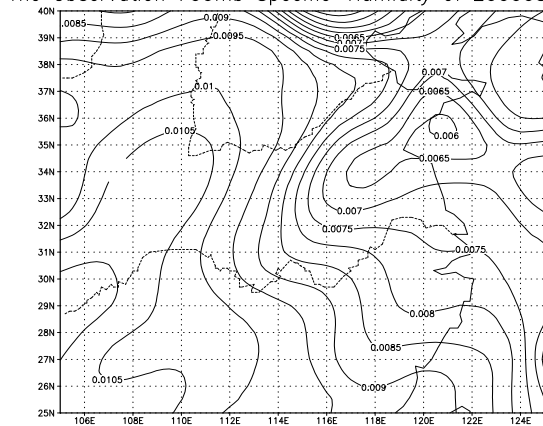


图 5c

The Optimal 700mb Specific-Humidity of 2000080600

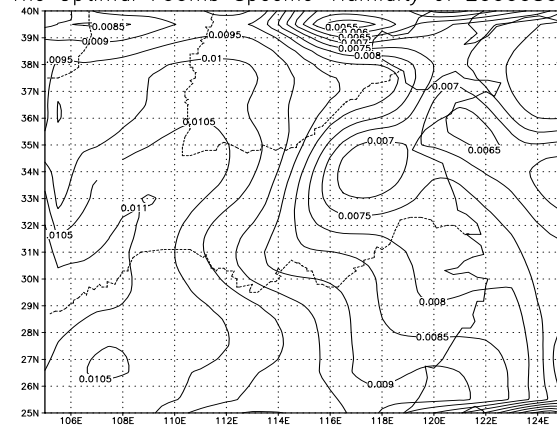


图 6c

图 5 2000 年 8 月 6 日 00 时的观测场  
a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

图 6 2000 年 8 月 6 日 00 时优化后  
的初始场  
a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

个例二

The Observation 500mb Temperature of 2000080812

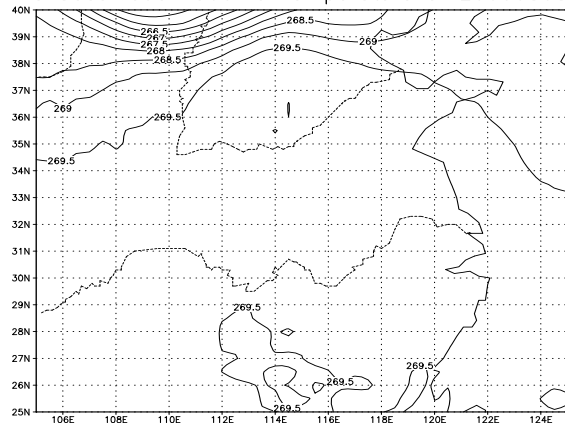


图 7a

The Optimal 500mb Temperature of 2000080812

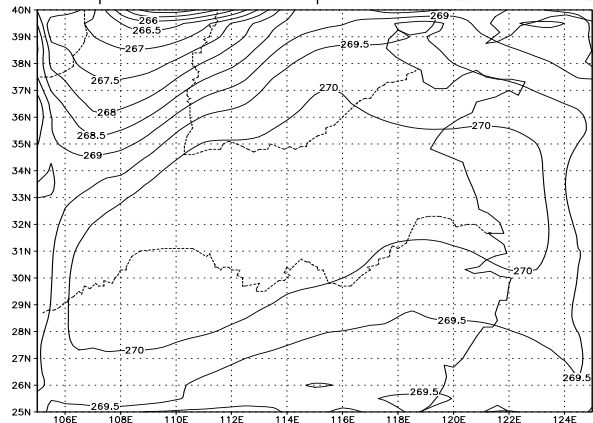


图 8a

The Observation 500mb Wind of 2000080812

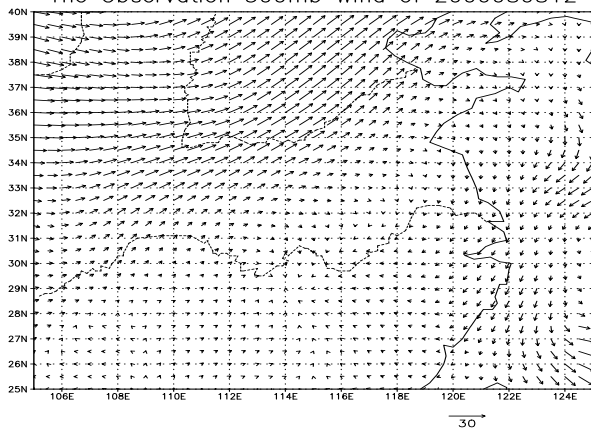


图 7b

The Optimal 500mb Wind of 2000080812

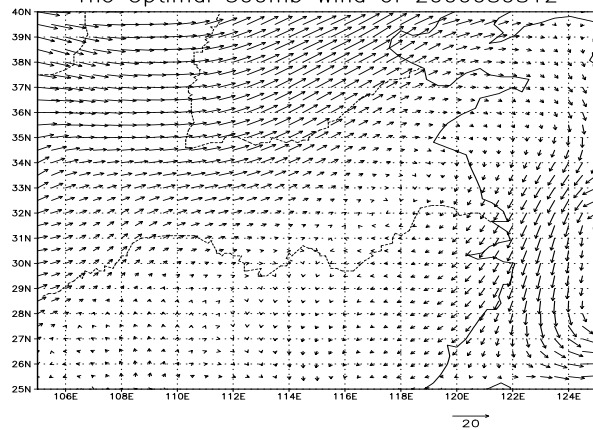


图 8b

The Observation 700mb Specific-Humidity of 2000080812

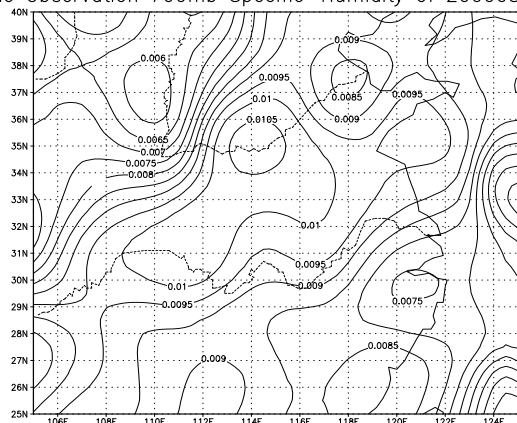


图 7c

The Optimal 700mb Specific-Humidity of 2000080812

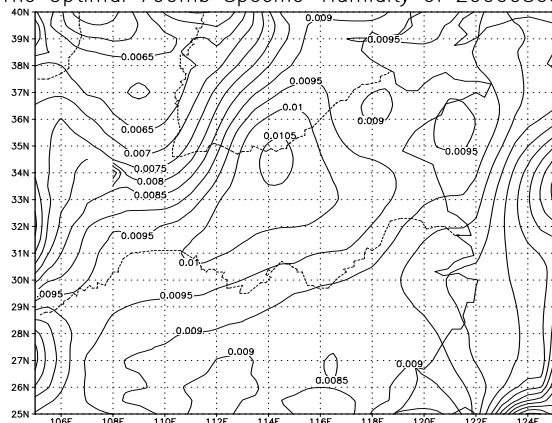


图 8c

图 7 2000 年 8 月 8 日 12 时的观测场  
a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

图 8 2000 年 8 月 8 日 12 时优化后  
的预报场  
a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场



The Observation 500mb Temperature of 2000080800

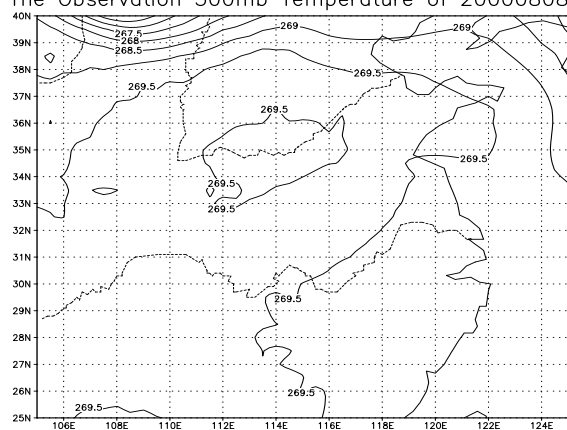


图 9a

The Optimal 500mb Temperature of 2000080800

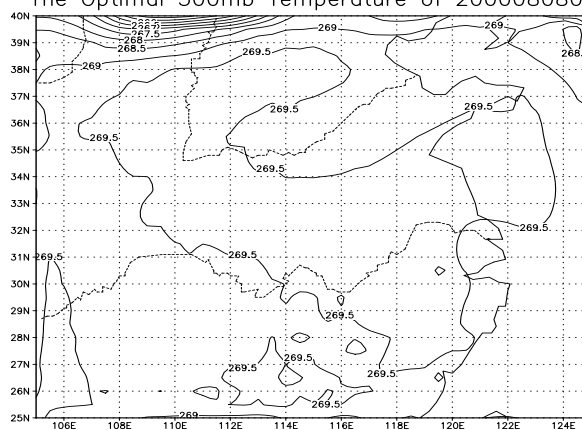


图 10a

The Observation 500mb Wind of 2000080800

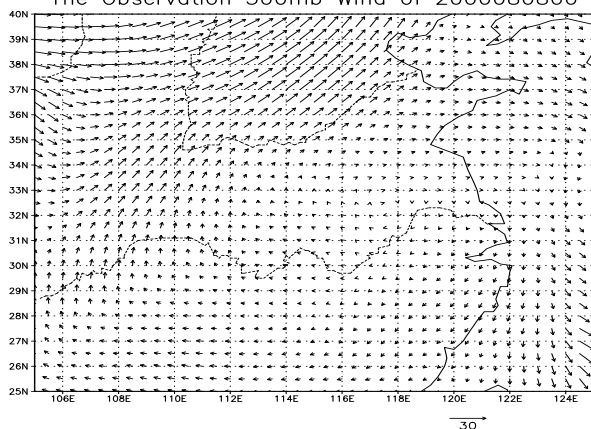


图 9b

The Optimal 500mb Wind of 2000080800

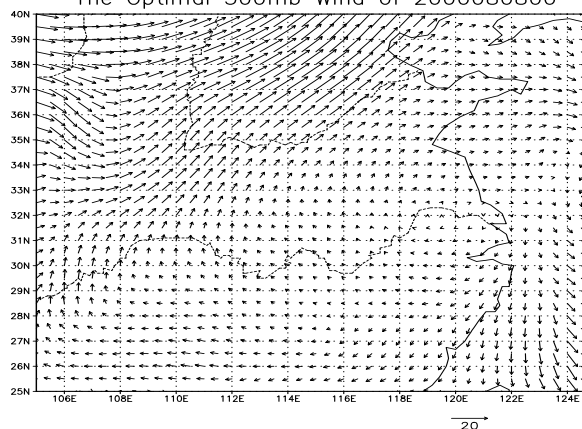


图 10b

The Observation 700mb Specific-Humidity of 2000080800

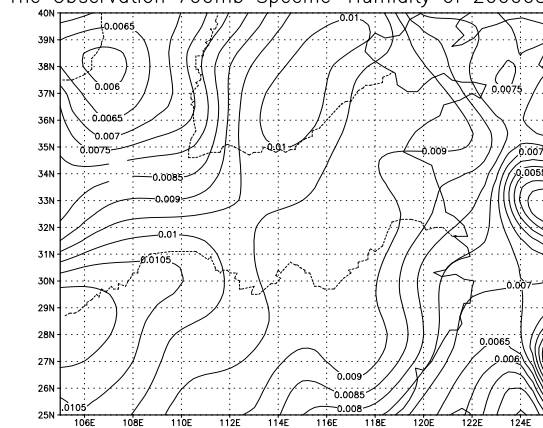


图 9c

The Optimal 700mb Specific-Humidity of 2000080800

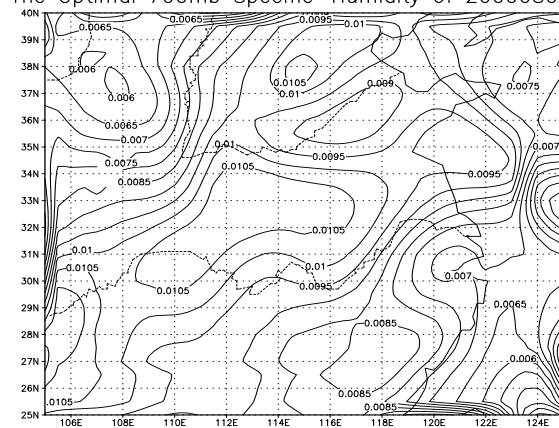


图 10c

图 9 2000 年 8 月 8 日 00 时的观测场  
a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

图 10 2000 年 8 月 8 日 00 时优化后  
的初始场  
a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

个例三

The Observation 500mb Temperature of 2002062412

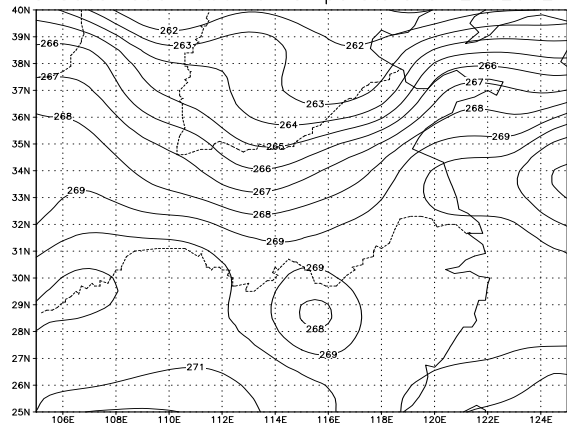


图 11a

The Optimal 500mb Temperature of 2002062412

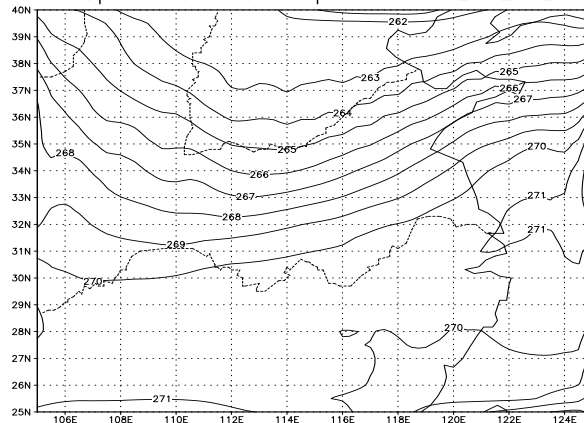


图 12a

The Observation 500mb Wind of 2002062412

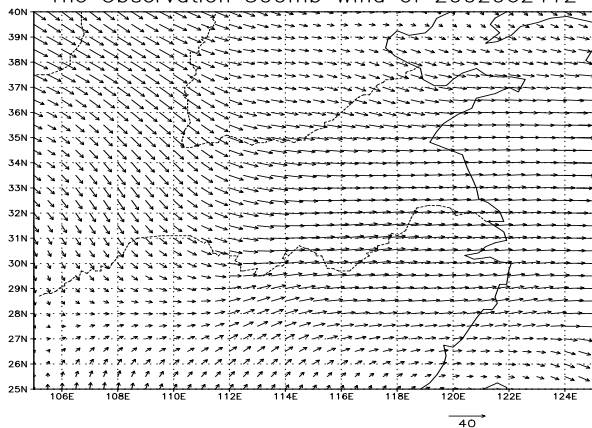


图 11b

The Optimal 500mb Wind of 2002062412

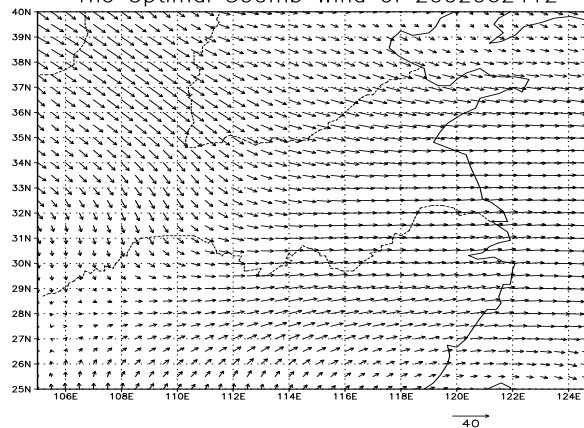


图 12b

The Observation 700mb Specific-Humidity of 2002062412

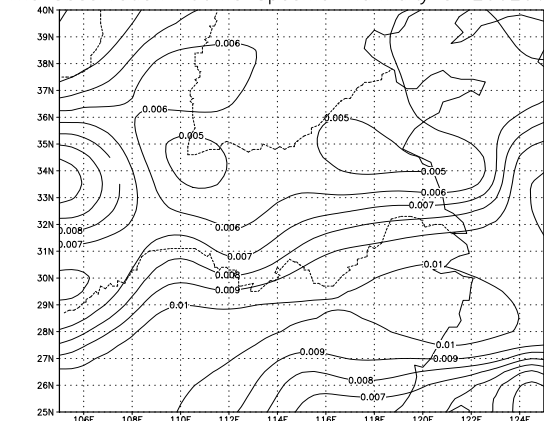


图 11c

The Optimal 700mb Specific-Humidity of 2002062412

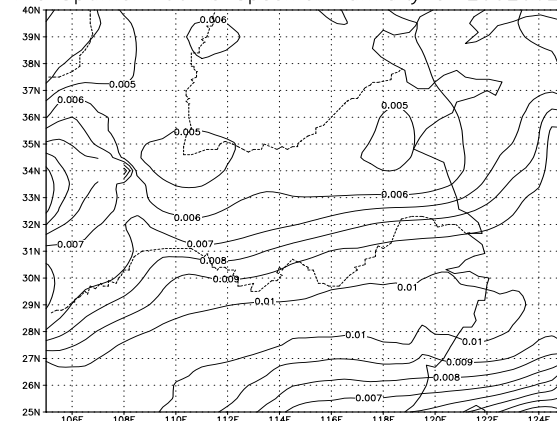


图 12c

图 11 2002 年 6 月 24 日 12 时的观测场

a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

图 12 2002 年 6 月 24 日 12 时优化后的预报场

a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

The Observation 500mb Temperature of 2002062400

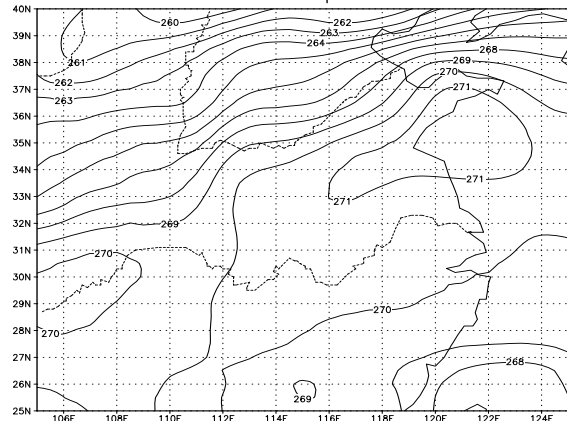


图 13a

The Optimal 500mb Temperature of 2002062400

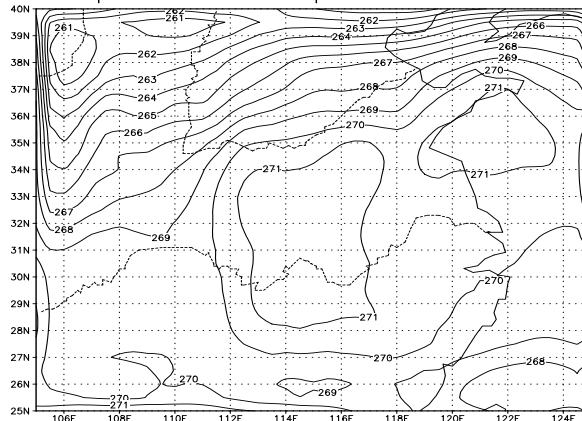


图 14a

The Observation 500mb Wind of 2002062400

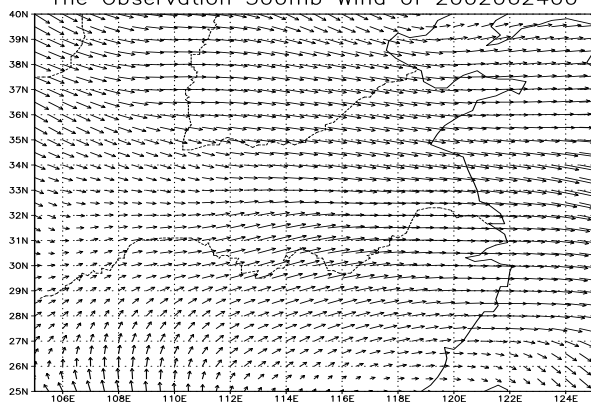


图 13b

The Optimal 500mb Wind of 2002062400

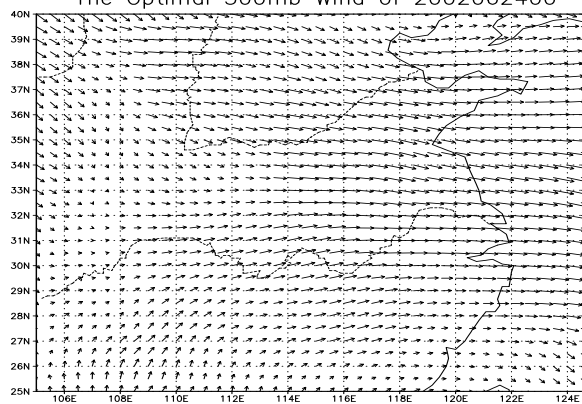


图 14b

The Observation 700mb Specific-Humidity of 2002062400

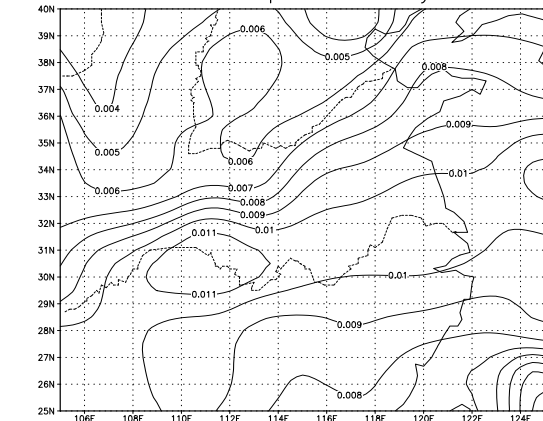


图 13c

The Optimal 700mb Specific-Humidity of 2002062400

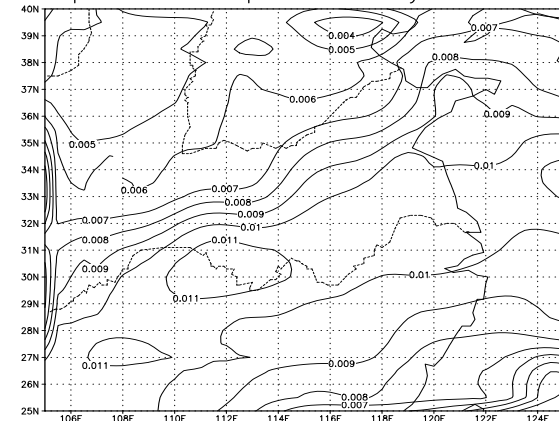


图 14c

图 13 2002 年 6 月 24 日 00 时的观  
测场  
a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

图 14 2002 年 6 月 24 日 00 时优化  
后的初始场  
a.500mb 温度场 b.500mb 风场  
c.700mb 湿度场

## 第八章 总结与讨论

本章对论文中所作的工作进行总结并对以后工作提出构想。

### §8.1 主要工作与结论

本论文共进行了四部分的研究工作：首先，编写了 REM 模式的切线性模式和伴随模式，建立了 REM 模式的伴随系统。然后，利用 REM 模式的伴随系统，对两个天气个例进行了四维变分资料同化试验；第三，利用无量纲的水汽发展方程对数值模式误差在降水四维变分资料同化中的影响进行了研究；第四，利用 REM 模式的伴随系统，采用非线性优化方法对可预报性问题进行了研究。

#### 第一部分工作

正确编写了 REM 模式的切线性模式和伴随模式，建立了 REM 模式的伴随系统。

在编写 REM 模式的切线性模式时，首先编写了动力框架部分的切线性模式，进行了正确性检验；然后又编写了包含所有物理过程部分的切线性模式，并进行了正确性检验。在动力框架部分切线性模式的检验中，由于动力框架部分没有包含“on-off”问题，其检验结果严格按照检验规律，随着扰动系数  $\alpha$  的变化，R 值趋向 1.0 的变化是连续的，检验结果中 0 或 9 的位数呈抛物线形式。加上所有物理过程后，由于物理过程部分子程序中包含“on-off”问题，使得非线性模式本身的变量不连续，在对切线性模式的检验结果中，随着扰动系数的变化，R 值有一个突然向 1.0 的变化，然后，检验结果中 0 或 9 的位数才按抛物线规律变化。这体现了模式中“on-off”过程作用的影响，使得切线性模式的基本态按照不同的分支运行。从上面两部分切线性模式的检验结果来看，检验结果符合给出的检验规律，REM 模式的切线性模式的编写是成功的。

在编写 REM 模式的伴随模式时，同样是先编写了动力框架部分的伴随模式，进行了正确性检验；然后编写了包含所有物理过程部分的伴随模式，并进行了正确性检验。从动力框架部分伴随模式的检验结果和加上所有物理过程后伴随模式的检验结果来看，检验公式左端项与右端项都能达到 13 位有效数字相同，符合给出的检验公式。整个 REM 模式的伴随模式的编写是成功的。

在伴随模式检验正确的基础上，定义了目标函数，利用 REM 模式的伴随模式对目标函数的梯度进行了检验，检验结果符合给出的检验公式，进一步验证了对 REM 模式的切线性模式和伴随模式的编写是正确的。利用两个实际天气个例进行了理想观测场非线性优化试验，试验结果表明，对四维变分资料同化及非线性优化的设计流程是可行的。

#### 第二部分工作

利用 REM 模式的伴随系统对两个实际天气个例进行了四维变分资料同化实验并进行了延伸预报。

通过对两个实际天气个例的四维变分资料同化试验及延伸预报效果的比较,可以得到以下结论:进行四维变分资料同化后,两个天气个例在同化时间窗口结束时刻的预报结果都要明显比同化前的预报结果好,对温度场、位势高度场、风场和湿度场的预报相对于同化前更加接近于实际观测场。而在延伸预报时段结束时,两个个例进行四维变分资料同化后,其预报结果在风场和湿度场的预报上都有明显改善,对温度场和高度场的预报也有所改善。对于累积降水的预报,两个个例利用四维变分资料同化后的初始场进行的预报则有很大不同,个例一中变分同化后对降水中心的位置和降水强度的预报都有明显改善,预报结果更接近于观测场;个例二中变分同化后对降水中心位置和强度的预报则没有改善。

可见,进行四维变分资料同化后,有些个例在同化时间窗口结束时,其预报结果与观测场可以得到比较好的拟合,在延伸预报时段内也比同化前的预报有所提高;而在有些个例中,虽然在同化时间窗口结束时,其预报结果与观测场可以得到比较好的拟合,而在延伸预报时段内,则不一定能得到理想的预报效果。特别是对于降水的预报,进行四维变分资料同化后其在延伸预报时段并不一定能得到改善的预报结果。下一步需要利用比较完善的四维变分资料同化方案,对个例二进行深入的研究和分析。

### 第三部分工作

利用无量纲的水汽发展方程,分析了不存在模式误差和存在数值模式误差对降水四维变分资料同化的影响。

通过数值试验和理论分析,可得到以下结论:

1、当比湿初始场存在误差,采用的数值预报模式不存在误差时,如果同化时间窗口内比湿与累积降水量的观测场是准确的,通过四维变分同化方法可以找到准确的模式初始场,用四维变分资料同化后的比湿初始场所作的累积降水预报无论在同化时间窗口内还是在延伸预报时段,都能够准确地预报出观测序列。

2、当比湿初始场存在误差,采用的数值预报模式也存在误差时,这种情况下进行四维变分同化,虽然在时间窗口结束时比湿与累积降水量的预报与观测场比较接近,但在延伸预报时段则不一定能够得到提高的预报效果。当数值模式本身存在误差时,进行四维变分资料同化处理,其相当于将数值模式本身存在的误差转移到数值模式的初始场中。这时,四维变分资料同化所得到的比湿最优初始场并不是真实大气的比湿初始状态,而是适应于该数值模式预报的初始状态。这时所得到的改善的预报结果,实质是利用有误差的比湿初始场和有误差的数值预报模式所进行的预报。

3、在有些模式误差情况下,特别是模式误差随着积分时间延长而变化的情况下,进行四维变分资料同化后,虽然累积降水量的预报在同化窗口内对观测场有很好的逼近,但在延伸预报时段中,预报结果则随着模式误差的变化会逐渐变差。有些模式误差情况下,由于模式误差的影响,累积降水量到最终预报时刻的预报结果反而会比同化前差。在进行降水四维变分资料同化前,应该充分考虑数值模式中存在的误差,才

能得到比较好的同化及预报效果。

4、进行四维变分资料同化时，往往考虑在代价函数中加入背景场的作用，来纠正数值模式本身存在误差时带来的对最优初始场的影响。本文利用非线性最优化的方法，推导出了使用四维变分资料同化方法时，使得四维变分资料同化后的模式初始场能够最优地预报出最终预报时刻的观测场，其所需要的最优背景场表达形式，并进行了数值试验进行验证。通过数值实验分析发现，不同的天气个例其所对应的最优背景场及背景场的权重系数矩阵是不一样的。在实际进行四维变分资料同化处理时，应该针对不同天气个例来选取最优背景场及权重系数矩阵。

#### 第四部分工作

利用非线性优化和伴随的方法，对 REM 模式的可预报性问题进行了研究。

首先，在前人工作基础上，详细介绍了如何利用非线性优化和伴随模式方法，对数值模式误差及模式初始场误差进行定性和定量的判断。

然后，利用无量纲水汽发展模式，通过数值模式生成的理想观测场对数值模式中不同的误差进行了数值试验。试验表明，通过非线性优化和伴随方法可以对数值模式中存在的误差给出正确判断，是一种可行的分析工具。

最后，利用 REM 模式的伴随系统，通过三个实际天气个例的观测资料，使用非线性优化方法进行了试验分析，进一步验证了理论分析的可行性。通过对三个实际个例的数值试验表明，REM 模式对这三个天气个例在所试验的预报时段和误差允许的范围内都有预报能力。对于个例一，利用 REM 数值模式和现有的常规报文初始观测场，进行简单的插值处理（最优插值等）就可以得到比较满意的预报结果；对于个例二和个例三，利用 REM 模式同样可以在所试验的预报时段和给定的误差允许范围内对这两个天气个例得到的满意的预报，但是需要对现有的报文初始观测场进行处理（如四维变分资料同化）。

## §8.2 工作展望

下一步要进行的工作主要有两方面：

**1、继续完善和发展 REM 模式的伴随系统，建立 REM 模式的四维变分资料同化系统。**

在编写 REM 模式的切线性模式和伴随模式时，对非线性模式进行了部分修改，下一步工作希望更多保留非线性模式本身模式设计的特点，进一步完善 REM 模式的切线性模式与伴随模式。

目前只编写了 REM 模式主程序部分的切线性模式和伴随模式，对于模式采用的观测算子还没有相应的切线性模式和伴随模式。下一步工作计划编写出 REM 模式采用的观测算子的切线性模式和伴随模式，建立 REM 模式的四维变分资料同化系统，并进行数值试验。

由于伴随模式的程序代码相对原非线性模式增加的 4-6 倍, 伴随模式运行时所需要的计算资源是惊人的, 尤其是当预报区域增大, 数值模式的网格取得比较细时, 运行伴随模式所需的计算时间会更长。为了提高工作效率, 充分利用计算机资源, 下一步工作计划将 REM 模式的伴随模式代码进行优化, 提高运行效率, 同时编写相应的并行程序, 对 REM 模式的伴随系统进行并行处理。

## 2、应用更多的实际个例进行试验

在不断改进 REM 模式的伴随模式的同时, 考虑进行更多实际天气个例试验:

利用更多的实际天气个例与观测资料, 进行大量的四维变分资料同化试验与非线性优化试验, 使所得结果更具有普遍意义。

利用实际降水天气个例, 使用 REM 模式的伴随模式对数值模式误差对降水四维变分资料同化的影响进行试验。

使用非线性优化与伴随模式方法与数值模拟相结合的研究方式, 结合中小尺度天气动力机制方面的研究, 对现有的数值模式误差及初始观测误差进行定量分析。

## 参考文献

- [1] Bin Wang, Xiaolei Zou and Jiang Zhu, Data Assimilation and Its Applications, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 2000, Vol. 97, Issue 21, 11143-11144
- [2] Bouttier and P. Courtier, Data assimilation concepts and methods, 1999, 3.
- [3] C.Nicolis, Dynamics of Model Error: The Role of Unresolved Scales Revisited, J.A.S, 2004, 61( 14): 1740-1753.
- [4] Cacuci D. G, Sensitivity theory for nonlinear systems I: Nonlinear functional analysis approach, J Math Phys, 1981, 2794-2804.
- [5] Chao W C, Chang L P. Development of a four-dimensional variational analysis system using the adjoint method at GLA, partI: Dynamics. Mon Wea Rev, 1992, 120(8): 1661-1673.
- [6] Charney J G , Halem M , Jastrow R. Use of incomplete historical data to infer the present state of the atmosphere. J. Atmos. Sci., 1969,26: 1160-1163.
- [7] Chou Jifan, 1989: Predictability of the atmosphere. Adv.Atmos. Sci., 6,335-346.
- [8] Chungu Lu, Gerald L. Browning, The Impact of Observational and Model Errors on Four-Dimensional Variational Data Assimilation, J.A.S, 1998, 55: 995-1011.D.
- [9] Cox R. et al. A mesoscale Model intercomparison, Bulletin of American Meteorological Society. 1998, 79:265-283.
- [10] Courtier P , Talagrand O. Variational assimilation of meteorological observations with adjoint vorticity equation. Q. J. R. Meteor. Soc, 1987, 113: 1329-1347.
- [11] Courtier, P. and O. Talagrand, Variational assimilation of meteorological observations with the direct and adjoint shallow-water equations. 1990, Tellus, 42A, 531-549.
- [12] Courtier, P., J.-N. Thepaut, and A. Hollingsworth, A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 1994, 120, 1367-1388.
- [13] Courtier, P., Dual formulation of four-dimensional variational assimilation. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 1997, 123, 2449-2461.
- [14] Cressman G P, An operational objective analysis system, Mon. Wea. Rev, 1959, 87:367-374.
- [15] Dee D, Cohn S E, Dalcher A and Ghil M, An effective algorithm for estimating noise in covariance distributed system, IEEE Trans automatic control, AC-1985, AC-80: 1057-1065.
- [16] Derber J D. The Variational four-dimensional analysis using filtered model as constraints. [PhD thesis] Univ. Wisconsin-Madison, 1985.
- [17] Derber J D. Variational four-dimensional analysis using quasi-geostrophic constraints. Mon. Wea. Rev, 1987, 115: 998-1008.
- [18] Derber J D. Variational continuous assimilation technique. Mon. Wea. Rev, 1989, 117:



- 2437-2446.
- [19] Derber J D, Rosati A. Aglobal oceanic data assimilation system. *J. Phys. Oceanogr*, 1989, 19: 1333-1347.
- [20] Errico R M, Vukicevic T, A sensitivity analysis using an adjoint of the PSU-NCAR meso-scale model, *Mon Wea Rev*, 1992, 8, Vol. 120, 1644-1660.
- [21] Errico, R. M., T. Vukicevic, and K. Reader, Examination of the accuracy of a tangent linear model, 1993, *Tellus*, 45A, 462-477.
- [22] Errico, R. M., and K. Reader, An examination of the linearization of a mesoscale model with moist physics, 1999, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 125, 169-195.
- [23] Fedor Mesinger and ZaviŠa I. Janjic, Problem and Numerical Methods of the incorporation of Mountains in Atmospheric Models, *Lctures in Applied Mathematics*, Vol. 22, 1985, 81-120.
- [24] Ghil P. E, W. Murray, and M. H. Wright, *Practical Optimization*. Academic Press, 1981, 401.
- [25] Ghil M. and P. Mankanotte-Rizzoli, Data assimilation in meteorology and oceanography, *Adv. Geophys.*, 1991, 33, 141-266.
- [26] Giering, R., amd T. Kamminski, Recipes for adjoint code construction, 1998, *ACM TOMS*, 24, 437-474.
- [27] Hack, J. J., Parameterization of moist convection in the National Center for Atmospheric Research community climate model (CCM2). *J. Geophys. Res.*, 1994, 99: 5551-5568.
- [28] Hall, M. C. G., and D. G. Cacuci, Sensitivity analysis of a radiative-convective model by the adjoint method. 1982, *J. Atmos. Sci.*, 39, 2038-2050.
- [29] Hall, M. C. G., and D. G. Cacuci, Physical interpretation of the adjoint functions for sensitivity analysis of atmospheric models. 1983, *J. Atmos. Sci.*, 40, 2537-2546.
- [30] I. M. Navon, X.Zou, J. Derber and J. Sela, Variational Data Assimilation with an Adiabatic Version of the NMC Spectral Model, *Mon. Wea Rew*, 1992, Jul, Vol.120, 1433-1446.
- [31] Jiafeng Wang, Mu Mu and Qin Zheng, Initial condition and parameter estimation in physical "On-Off" processes by variational data assimilation, *Tellus*, 2005, in press.
- [32] Kamachi, M., Kuragano, T., Yoshioka, N., Zhu, J., and Uboldi, F., Ocean data assimilation of satellite altimetry and predictability in the western North Pacific, *Advances in Atmospheric Science*, 2001: 18(9),767-786.
- [33] K.Puri and G. A. Mills, Initial State for Mesoscale Applications, *Journal of the Meteorological Society of Japan*, 1997, vol. 75, No.1B, 395-382.
- [34] Lacarra L, Talagrand O. Short-range evolution of small perturbations in a barotropic model. *Tellus*, 1988, 40 A: 81-95.
- [35] Ledimet F X, Talagrand O. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: theoretical aspects. *Tellus*, 1986, 38A: 97-110.

- [36] Lewis J M, Derber J C. The use of adjoint equations to solve a variation adjustment problem with advective constraints. *Tellus*, 1985, 37A: 309-322.
- [37] Lewis J M, TuylVA, VeldenL. A dynamical method for building continuity into the deep-layer mean wind. *Mon. Wea. Rev.*, 1987, 115: 885-893.
- [38] Liu, D. C., and J. Noceda, On the limited memory BFGS method for large scale optimization, 1988, Tech. Rep. NAM 03, Department of Electrical Engineering and Computer Science, Northwestern University, Evanston, IL, 26 pp.
- [39] Lorenc A C. Analysis methods for numerical weather prediction. *Q. J. R. Meteor. Soc.*, 1986, 112: 1177-1194.
- [40] Lorenc A C. Optimal nonlinear objective analysis. *Q. J. R. Meteor. Soc.*, 1988, 114: 205-240.
- [41] Lorenc A C. A practival approximation to optimal four dimension alobjective analysis. *Mon. Wea. Rev.*, 1988, 116: 730-745.
- [42] Lorenz E. N., The predictability of hydrodynamic flow, *Trans., New York Acad. Sci., Ser.* 1963, 2(25)., 409-4 32.
- [43] Lorenz E. N., A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model, *tellus*, 1965b, 17:375-390.
- [44] Lu, Chungu, Browning, Gerald L. Four-Dimensional Variational Data Assimilation for Limited-Area Models: Lateral Boundary Conditions, Solution Uniqueness, and Numerical Convergence. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 2000, Vol. 57, No. 9, pp. 1341-1353.
- [45] LyneW H, Swinbank R and Birch N T, A data assimilation experiment and the global circle during the FGGE special observation periods, *Quart. J. Roy. Metero. Soc.*, 1982, 108: 575-594.
- [46] Mahfouf, J.-F., Influence of physical processes on the tangent-linear approximation. *Tellus*, 1999, 51A, 147-166.
- [47] Matthew C. G. Hall and Dan G. Caucuci, Physical Interpretation of the Adjoint Functions for Sensitivity Analysis of Atmospheric Models, *Monthly Weather Review*, 1983, 10, Vol. 40, No. 10, 2537-2546.
- [48] Marchuk G J. Numerical solution of the problem of the dynamics of the atmosphere and the ocean. *Gidrometeoizd at Leningrad*, 1974.
- [49] Morel P, Lefevre G, RabreauG. On initialization and non-synoptic data assimilation. *Tellus*, 1971, 23: 197-206.
- [50] Mu Mu, Nonlinear singular vectors and nonlinear singular values, *Science in China (D)*, 2000, Vol. 43, 375-385.
- [51] Mu Mu, Guo Huan, Wang Jiafeng and LiYong, The impact of nonlinear stability and instability on the validity of the tangent linear model, *Adv. Atmos. Sci.*, 2000, Vol.17, 321-333.

- 
- [52] Mu Mu, Jiacheng Wang, Nonlinear fastest growing perturbation and the first kind of predictability, *Science in China*, 2001, 44(D), 1128-1139.
- [53] Mu M., Duan W.S., Wang J.F., Nonlinear optimization problems in atmospheric and oceanic sciences, *East-West Journal of Mathematics Thailand*, 2002a, Special Volume, 155-164.
- [54] Mu Mu, Duan Wansuo and Jiacheng Wang, The predictability problem in numerical weather and climate prediction, *Adv. Atmos. Sci*, 2002b, 191-204.
- [55] Mu Mu and Jiafeng Wang, A Method for Adjoint Variational Data Assimilation with Physical "On-Off" Processes, *J.A.S*, 2003, Vol.60, No.16, 2010-2018.
- [56] Mu, M., and Q. Zheng, Removing Zigzag Oscillations in Variational Data assimilation with Physical "On-Off" Processes, *Mon. Wea. Rev.*, 2005, In press.
- [57] Nils Gustafsson, Peter Lnnberg and Jean Paileux, Data Assimilation for High-Resolution Limited-Area Models, *Journal of the Meteorological Society of Japan*, 1997, Vol. 75, No.1B, 367-382.
- [58] Orrell, Model Error and Predictability over Different Timescales in the Lorenz '96 Systems, *J.A.S*, 2002, 60(17): 2219-2228.
- [59] P. D. Thompson, Uncertainty of initial state as a factor in the predictability of large-scale atmospheric flow patterns, *Tellus*, 1957, 9, 275-295.
- [60] Qin Xu, Generalized Adjoint for Physical Processes with Parameterized Discontinuities. Part I: Basic Issued and Heuristic Example, *J.A.S*, 1996, Vol52., No.8, 1123-1142
- [61] R. Hoffman, Z. Liu, J. L. and Grassotti, C. Distortion representation of forecast errors. *Monthly Weather Review*, 1995,123, 2758-2770.
- [62] Rabier, F., Courtier, P., and Talagrand, O. An application of adjoint models to sensitivity analysis. *Beitr. Phys. Atmosph*, 1992, 65(3), 177-192.
- [63] Ralf Giering, Tangent Linear and Adjoint Model compiler, user manual, 1999, 9.
- [64] Saroja Polavarapu, An overview of recent methods of recent methods of data assimilation, 1999, YORK UNIVERCITY.
- [65] Sasaki Y. Some basic formalisms in numerical variational analysis. *Mon. Wea. Rev*, 1970, 98: 875-883.
- [66] Sasaki Y. and Goerss J. Satellite data assimilation using data system observation. *Mon. Wea. Rev*, 1982, 110: 1635-1644.
- [67] Smedstad, O. M., and J. J. Orien, Variational data assimilation and parameter estimation in an equatorial Pacific Ocean model. 1991, *Prog, Oceanogr.*, 26, 179-241.
- [68] Talagrand O. A study of the dynamics of four-dimensinal data assimilation. *Tellus*, 1981, 33: 43-60.
- [69] Talagrand O. On the mathematics of data assimilation. *Tellus*, 1981, 33: 321-339.
- [70] Talagrand O, P Courtier. Varitional assimilation of meteorological observations with adjoint vorticity equation. I: Theory, *Q. J. R. Meteor. Soc*, 1987, 113: 1311-1328.

- [71] Thepaut, J., Courtier, P., Belaud, G., and Lemaitre, G. Dynamical structure functions in 4d variational assimilation: A case study. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 1996,122, 535-561.
- [72] WangDongXiao, Wu Guoxiong, Zhu jiang and Lanjian, Analysis on observing optimization for the wind-driven circulation by an adjoint approach, *Science in China (Series D)*, 2000, 6, Vol.43, No.3, 243-252.
- [73] Wergen, W. The effect of model errors in variational assimilation. *Tellus*, 1992, 44A, 297-313.
- [74] Xiaolei Zuo, F. Vandenberghe, m. Pondeva, and Y.-H Kuo, Introduction to Adjoint Techniques and The MM5 Adjoint Modeling System, NCAR Technical Note, 1997, NCAR/TN-435-STR.
- [75] X.Zou and Y.-H.Kuo, Rainfall Assimilation through an Optimal Control of Initial and Boundary Conditions in a Limited-Area Mesoscal Model, *Mon. Wea. Rev.* , 1996, 124: 2859-2882.
- [76] Xu Hui. Mu Mu and Luo Dehai, Application of nonlinear optimization method to sensitivity analysis of numerical model, *Progress in Natural Science*. 2004, 14(6): 546-549.
- [77] Yu Rucong, Application of a shape-preserving advection scheme to the moisture in an E-grid regional forecast model. *Advance in Atmos. Sci*, 1995, 12(4),13-19.
- [78] Zhang Xiaoyan, Wang Bin, Ji Zhongzhen, Qingnong Xiao, and Zhang Xin, Initialization and simulation of a Typhoon using 4-Dimension Variational Data assimilation-Research on Thyphoon Herb, *Advance in Atmos. Sci*, 2003,Vol 20, No.4,612-622.
- [79] Zhu jiang, Masafumi Kamachi, Notes and Correspondence: The Role of Time Step size in Numerical Stability of Tangent Linear Models, *Mon. Wea Rew*, 2000, 5, Vol. 128, 1562-1572.F.
- [80] Zou, X., Tangen linear and adjoint of "on-off" processes and their feasibility for use in 4-dimensional variational data assimilation, *Tellus*, 1997, 49A, 3-31
- [81] Zupanski, D., and F. Mesinger, Four-dimensional variational assimilation of precipitation data, 1995, *Mon. Wea. Rev.*, 123, 1112-1127.
- [82] 陈德辉, 世界数值预报发展动态与中国数值预报发展设想, 《数值预报与并行计算研讨会》论文集, 2000。
- [83] 陈静, 薛纪善, 颜宏, 物理过程参数化方案对中尺度暴雨数值模拟结果的影响, *气象学报*, 2003, 61(2): 203-219。
- [84] 丑纪范, 天气数值预报中使用过去资料的问题, *中国科学*, 1974, No.6, 635-644。
- [85] 丑纪范, 郜吉东, 《长期数值天气预报》, 气象出版社, 1995。
- [86] 顾震潮, 作为初值问题的天气形势预报与由地面天气历史演变的等值性, *气象学报*, 1958, 29(4): 1993-1998。
- [87] 郜吉东, 丑纪范, 数值模式初值的敏感性程度对四维同化的影响——基于 Lorenz 系统的研究, *气象学报*, 1995, Vol.53, No.4, 471-479。

- [88] 范新岗, 丑纪范, 提为反问题的数值预报方法与试验, I. 三类反问题及数值解法, 大气科学, 1999, Vol. 23, No. 5, 543-550.
- [89] 龚建东, 丑纪范, 论过去资料在数值天气预报中使用的理论和方法, 高原气象, 1999, Vol.18, No.3, 382-399.
- [90] 廖洞贤, 王两铭, 《数值天气预报原理及应用》, 气象出版社, 1986.
- [91] 廖洞贤, 《大气数值模式的设计》, 气象出版社, 1999.
- [92] 倪允琪, 贾朋群, 许小峰, 张庆红, 发展中尺度天气学研究的若干问题探讨, 21 世纪大气科学回顾与展望, 2000, 136-139.
- [93] 邱崇践, 郜吉东, 模式误差对变分同化过程影响的数值研究, 高原气象, 1994, 13(4): 449-457.
- [94] 田永祥, 沈桐立, 葛孝贞, 陆维松, 《数值天气预报教程》, 气象出版社, 1995.
- [95] 王跃山, 客观分析和四维同化 - 站在新世纪的回望 (I) 客观分析概念辨析, 气象科技, 2000, 3, 1-8.
- [96] 王跃山, 客观分析和四维同化 - 站在新世纪的回望 (I) 客观分析的主要方法 1, 气象科技, 2001, 1, 1-9.
- [97] 王跃山, 客观分析和四维同化 - 站在新世纪的回望 (I) 客观分析的主要方法 2, 气象科技, 2001, 3, 1-11.
- [98] 魏民, 扬燕, 北半球从冬到夏季急变的共轭敏感性分析, 海洋学报, 2000, Vol. 22, No.2, 16-24.
- [99] 尹宏, 贾逸勤, 辐射收支对降水预报的影响, 气象学报, 2000, 58(1): 115-123.
- [100] 宇如聪, E 网格变量分布下差分格式的性质, 大气科学, 1994, Vol.18, No.2, 152-162.
- [101] 宇如聪, 一个 ETA 坐标有限区域数值预报模式对 1993 年中国汛期降水的实时预报试验, 大气科学, 1994, Vol.18, No.3, 284-291.
- [102] 宇如聪, LASG-REM 对 1994 年中国汛期的实时预报实验, 大气科学, 1994, 18 (增刊)
- [103] 朱江, 观测资料的四维质量控制: 变分法, 气象学报, 1995, Vol.53, No.4, 480-487.
- [104] 朱江、曾庆存、郭冬建、刘卓, IAP 正压模式的伴随模式和二阶伴随模式的构造, 中国科学 (D 辑), 1997, 27 (3), 277-283.
- [105] 张大林, 各种非绝热物理过程在中尺度模式中的作用, 大气科学, 1998, 22(4): 548-562.
- [106] 赵思雄, 中尺度动力学与暴雨等灾害性天气预测理论的研究, 大气科学, 1998, Vol.22, No.4, 503-510.
- [107] 赵思雄, 灾害天气机理和预报理论研究, 21 世纪大气科学回顾与展望, 2000, 140-143.
- [108] 朱宗申, 马清云, 郑国安, 区域资料四维同化试验, 应用气象学报, 1995, Vol. 6, No.1, 1-8.

### **在学期间发表和已接收的论文**

王铁, 张立凤, 张铭, 赤道东太平洋海表水温月异常的数值试验, 气象科学, 2000, 20(1) :30-36。

王铁, 段晚锁, 郑琴, 数值模式误差对降水四维变分资料同化的影响, 气候与环境研究 (已接收)

### **学术专著**

《Microsoft Fortran Powerstation V4.0 入门》, 1999, 西安电子科技大学出版社, 编写了第一篇共三章内容。

《气象保障常用软件包》, 2000, 国防工业出版社, 编写了第一章内容。

## 致谢

本文是在穆穆研究员的悉心指导下完成的。

从论文的选题，到方案的实施及最后论文的定稿，都凝聚了穆穆研究员的心血。穆穆研究员严谨求实的治学态度、深邃敏锐的学术洞察力、坦诚无私的处世风格，是我学习的楷模；在生活上，穆穆研究员也给予了很大的关心与帮助。在此，向导师致以由衷的谢意！

宇如聪研究员在 REM 模式方面给了我很大指导和帮助，为论文的顺利完成创造了条件。

在论文的完成中，曾得到朱江研究员，王斌研究员，成都信息工程学院朱克云教授，美国佛罗里达州立大学邹晓蕾教授的热情指导和帮助，在对 REM 模式的切线性模式、伴随模式的编写与检验中，曾与他们进行过多次有益的讨论，在此一并致以诚挚的谢意。

与李扬、王家诚、王佳峰、郭欢、段晚锁、郑琴、麻素红、李艳萍、徐辉、姜智娜、骆海英、王洪利、孙亮、张志跃、王波等同学一起学习讨论的时光是令人难忘的，他们曾给了我很多帮助和支持。

感谢 Darren Griffith、林万涛、李双林、孙左令、游小宝、黄兴友、平凡、刘喜迎、崔晓鹏、程强、张昕、韦志刚、刘海龙、任荣彩、马晓燕、谢骅、周兵、王军、王在志、颜京辉、张东凌、戴福山等在学习和生活上所给予的帮助。

感谢程锐同学在资料上给予的帮助。

感谢研究生部张应斌老师、刘淑秋老师、刘荣华老师、白颖老师多年来所给予的关心。

特别感谢我的家庭对我的理解和支持。在 6 年的求学期间未能顾及家庭、未能顾及孩子的成长，几年来他们独自承担了生活的艰辛与孤独，很是歉意。